ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

DISCIPLINA:
CONVERSÃO ELETROMECÂNICA DE ENERGIA

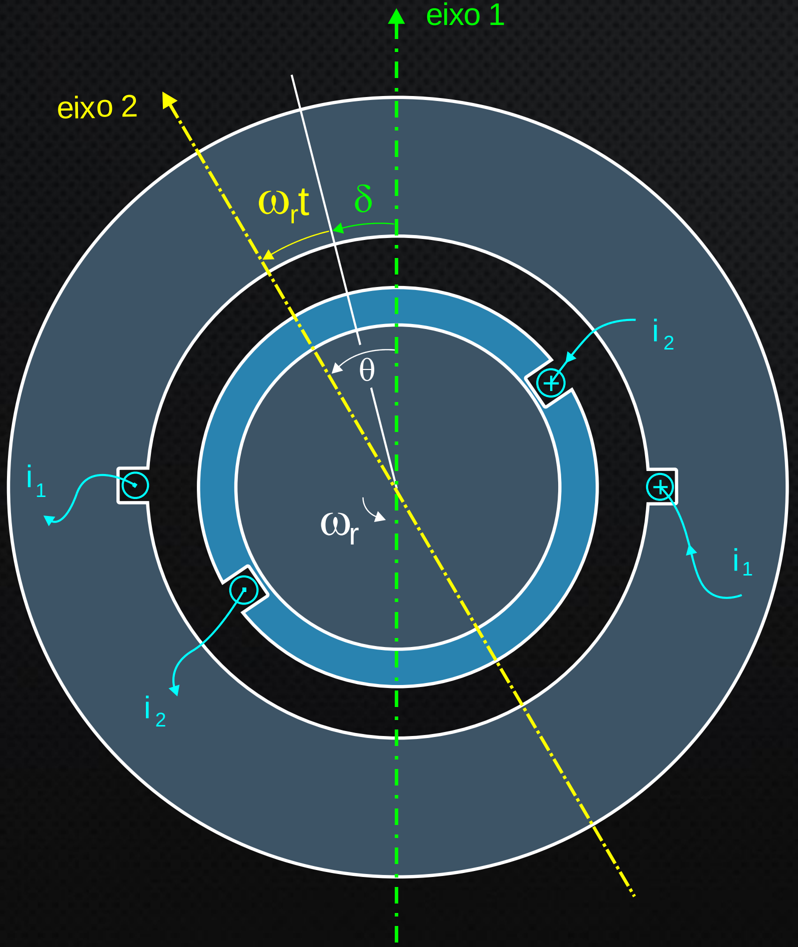
AULA:
CONJUGADO DE MÚTUA

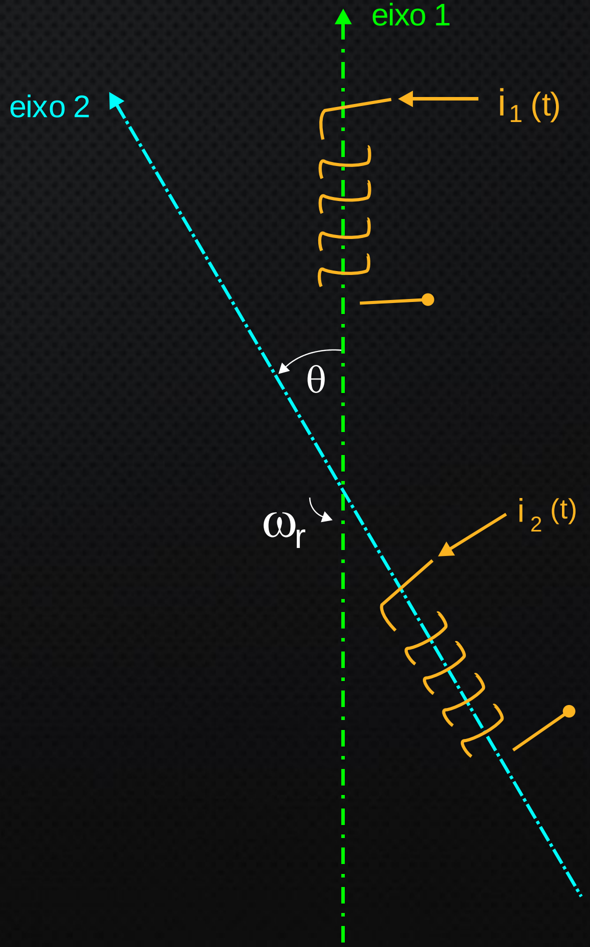
EXERCÍCIO 12:
ATUADORES DUPLAMENTE EXCITADOS

PROFESSOR:
JOSÉ ROBERTO CARDOSO

Este exercício tem como objetivo introduzir as técnicas de análise de atuadores rotativos baseada no princípio do balanço de energia.
Neste exemplo, é analisado o funcionamento de um atuador rotativo com geometria cilíndrica, duplamente excitado, alimentado por fontes de corrente alternada de frequências diferentes.
São destacadas as condições que devem ser obedecidas pelas correntes nos dois enrolamentos para desenvolver conjugado não nulo.

A figura mostra a seção transversal de um atuador rotativo cilíndrico dotado de dois enrolamentos.





O enrolamento que está situado no estator e é percorrido por corrente alternada de frequência angular ω_1 dada por:

$$i_1 = I_{m1} cos \omega_1 t$$

O outro enrolamento, situado no rotor, é percorrido por corrente alternada de frequência angular ω_2 dada por:

$$i_2 = I_{m2} cos(\omega_2 t + \beta)$$

O rotor, livre a girar, é acionado a velocidade angular ω_r

A mútua indutância entre os enrolamentos em função da posição do rotor pode ser expressa por:

$$M(\theta) = M_{max} cos\theta$$

Na qual M_{max} é a mútua indutância entre as bobinas quando seus eixos estão alinhados e seus fluxos concordantes.

Vamos calcular a expressão do conjugado desenvolvido em função do tempo e as condições que devem ser estabelecidas para se obter conjugado médio não nulo.

Solução

A expressão do conjugado desenvolvido num sistema duplamente excitado em que, devido à geometria cilíndrica, apenas a mútua indutância entre os enrolamentos varia com a posição relativa entre eles, é dada por:

$$C = i_1 i_2 \frac{dM}{d\theta}$$

Supondo que o rotor está girando a velocidade angular ω_r, θ pode ser expresso por:

$$\theta = \omega_r t + \delta$$

Substituindo as grandezas da expressão do conjugado pelos seus valores obtém-se:

$$C = -I_{m1} I_{m2} M_{max} cos\omega_1 t cos(\omega_2 t + \beta) sen(\omega_r t + \delta)$$

Caso 1

O caso mais simples a analisar é a situação em que os enrolamentos são alimentados por corrente contínua. Nesta condição:

$$i_1 = I_1;\ \ i_2 = I_2;\ \ \omega_1 = \omega_2 = 0 \ \text{ e } \ \beta = 0$$

Nesta condição o conjugado desenvolvido é expresso por:

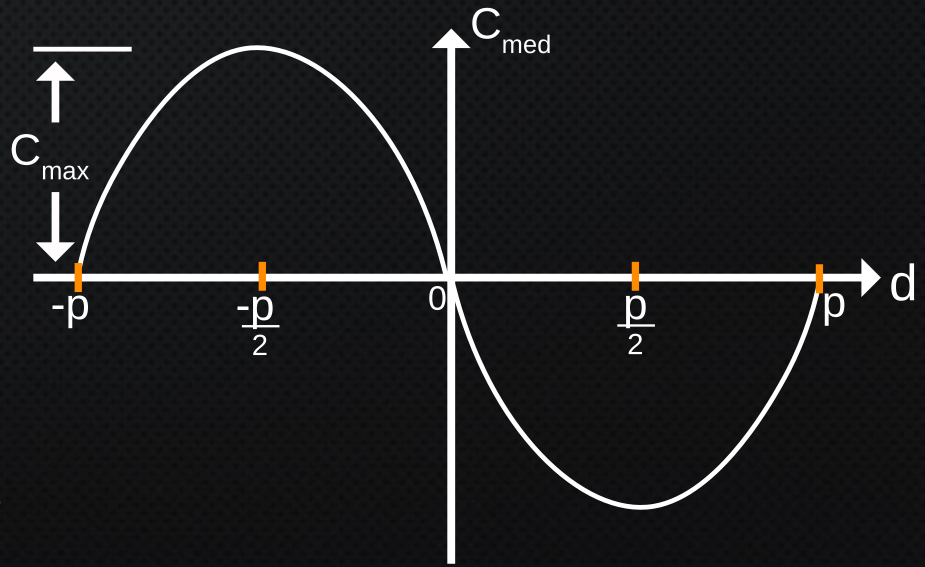
$$C = -I_1 I_2 M_{max} sen(\omega_r t + \delta)$$

Note que com $\omega_r \neq 0$, o conjugado médio é nulo, pois é descrito por uma função senoidal no tempo.

Caso ω_r seja nulo, o conjugado médio desenvolvido será diferente de zero e dado por:

$$C_{med} = -I_1 I_2 M_{max} sen\delta$$

Esta condição de operação é a de um simples atuador de posição. A figura a seguir mostra o comportamento deste "conjugado médio" em função da posição.



Caso 2
Vamos admitir agora a seguinte situação:

$$i_1 = I_{m1} cos\omega t$$

mantida por uma fonte de corrente alternada de frequência angular ω, e $i_2 = I_{exc}$ mantida por fonte de corrente contínua (ω_2=0 e β=0),
Nesta condição:

$$C = -I_{m1} I_{exc} M_{max} cos\omega t sen(\omega_r t + \delta)$$

Aplicando a identidade trigonométrica:

$$2sen\alpha cos\beta = sen(\alpha - \beta) + sen(\alpha + \beta)$$

Podemos escrever: $$C = -\frac{1}{2} I_{m1} I_{exc} M_{max} \{sen[(\omega_r - \omega)t + \delta] + sen[(\omega_r + \omega)t + \delta]\}$$

Vamos analisar a condição em que $\omega_r = \omega$.
Neste caso, o conjugado desenvolvido será dado por duas parcelas:

$$C = -\frac{1}{2} I_{m1} I_{exc} M_{max} sen\delta - \frac{1}{2} I_{m1} I_{exc} M_{max} sen(2\omega t + \delta)$$

A primeira parcela não depende do tempo, ao passo que a segunda, por ser uma função senoidal no tempo, tem valor médio nulo. Assim, podemos afirmar que o valor médio do conjugado desenvolvido neste caso é dado por:

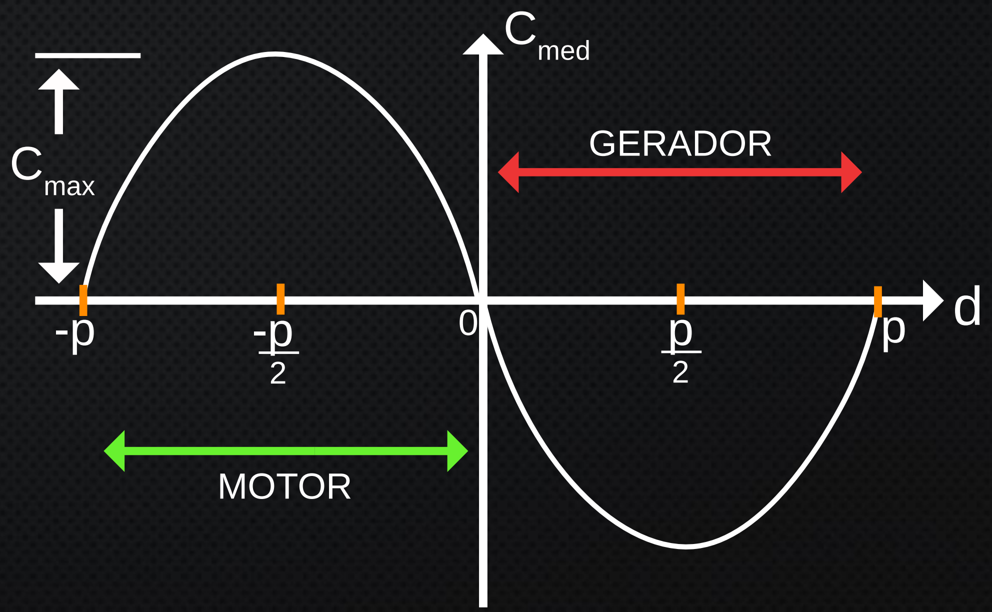
$$C_{med} = -\frac{1}{2} I_{m1} I_{exc} M_{max} sen\delta$$

A figura mostra o comportamento do conjugado médio em função do ângulo δ, denominado "ângulo de potência".

Assim, observa-se que para δ positivo, o conjugado médio desenvolvido é negativo, isto é contrário ao movimento do rotor, caracterizando o comportamento do dispositivo como GERADOR.

O oposto ocorre quando δ é negativo, que resulta um conjugado positivo, ou seja, concordante com o sentido de rotação do atuador.

Esta condição caracteriza a operação como MOTOR.



A velocidade angular do rotor é igual a frequência angular da fonte. Esta rotação é a ROTAÇÃO SÍNCRONA do dispositivo.

Este tipo de dispositivo é conhecido como máquina síncrona, pois só desenvolve conjugado médio não nulo quando sua velocidade angular de rotação é igual à frequência angular da fonte de corrente alternada.

Caso 3

Vamos analisar nesta etapa as relações entre as frequências angulares das fontes e a frequência angular de rotação necessárias para que o atuador desenvolva um conjugado médio não nulo.

Para tal, vamos retomar a equação geral do conjugado desenvolvido discutida anteriormente.

$$C = -I_{m1} I_{m2} M_{max} cos\omega_1 t cos(\omega_2 t + \beta) sen(\omega_r t + \delta)$$

O produto dos três termos trigonométricos pode ser expandido como segue:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$$

Na qual:

$$C_1 = -\frac{1}{4} I_{m1} I_{m2} M_{max} \{sen[(\omega_r + (\omega_1 + \omega_2))t + \beta + \delta]\}$$
$$C_2 = -\frac{1}{4} I_{m1} I_{m2} M_{max} \{sen[(\omega_r - (\omega_1 + \omega_2))t - \beta + \delta]\}$$
$$C_3 = -\frac{1}{4} I_{m1} I_{m2} M_{max} \{sen[(\omega_r + (\omega_1 - \omega_2))t - \beta + \delta]\}$$
$$C_4 = -\frac{1}{4} I_{m1} I_{m2} M_{max} \{sen[(\omega_r - (\omega_1 - \omega_2))t + \beta + \delta]\}$$

Cada uma destas parcelas, por representarem funções variáveis senoidalmente no tempo, apresentam valor médio nulo exceto se a seguinte relação for obedecida:

$$|\omega_r| = |\omega_1 \pm \omega_2|$$

No caso em que:

$$\omega_r = \omega_1 - \omega_2$$

Resulta um conjugado médio não nulo dado por:

$$C_4 = -\frac{1}{4} I_{m1} I_{m2} M_{max} sen(\delta + \beta)$$

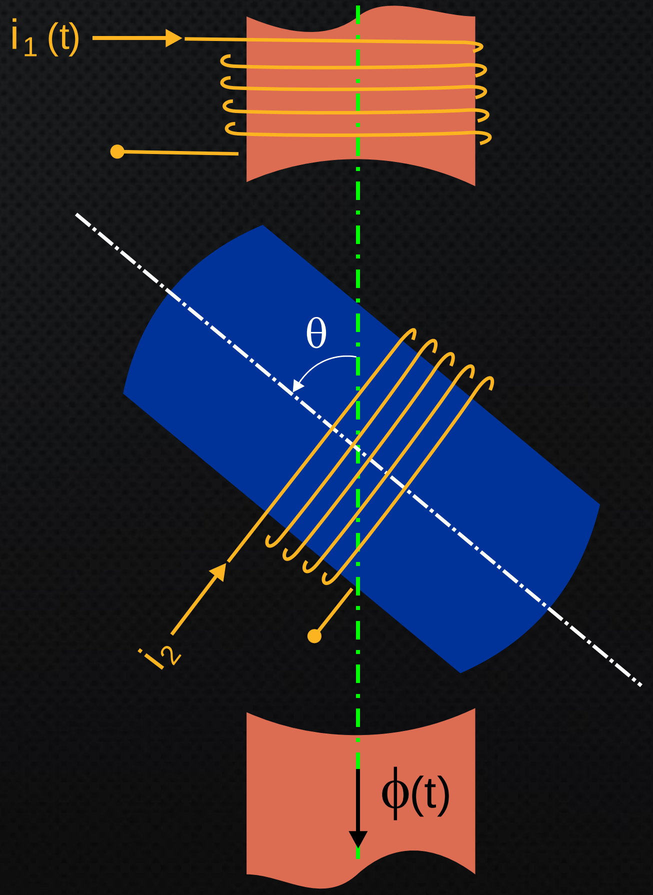
Este tipo de operação é encontrado nas máquinas assíncronas. Sua operação mais comum é a do motor assíncrono, comumente denominado motor de indução.

Vimos neste exercício uma análise do desenvolvimento de conjugado através de um dispositivo duplamente excitado, com geometria cilíndrica.

Neste caso, o conjugado desenvolvido é devido apenas à variação da mútua indutância com a posição relativa do rotor, razão pela qual denomina-se de conjugado de mútua este tipo de conjugado.

No entanto, podemos também imaginar um dispositivo em que não só a mútua indutância, mas também a indutância própria do dispositivo varia com a posição relativa do rotor.

A figura mostra a seção transversal de um dispositivo com estas características.



Assim sendo, o conjugado médio desenvolvido em função do ângulo de potência será uma composição do “conjugado de mútua”, que varia com seno de δ, com o conjugado de relutância, que varia com o seno de 2δ. A característica resultante será, portanto, a soma destes dois tipos de conjugados, como apresentado na figura a seguir.