Obtenção de Analisadores Sintáticos

a partir de Gramáticas em Notação de Wirth Modificada

Obtenção de Analisadores Sintáticos

- O método apresentado a seguir descreve a obtenção de analisadores sintáticos pela construção de trasdutores baseados em autômatos de pilha estruturados, que geram como saídas as árvores de derivação associadas às sentenças analisadas.
- Utilizam como entrada gramáticas em Notação de Wirth Modificada, uma notação gramatical livre de contexto variante da Notação de Wirth, que apresenta sobre esta a vantagem de permitir, em grande número de situações, a obtenção direta de reconhecedores muito eficientes, que em muitos casos são realmente os melhores possível.
- O método de obtenção de reconhecedores é similar ao estudado para a Notação de Wirth, e os reconhecedores obtidos podem ser usados com um certo conforto como suporte para a obtenção do transdutor sintático desejado, o qual, em particular, adiciona ao reconhecedor recursos suficientes para transformá-lo em um analisador sintático.
- Com base na gramática livre de contexto original, o mecanismo de transdução assim implementado converte sentenças da linguagem de entrada em listas, que representam as respectivas árvores de derivação sintática, com referência à gramática original.

Notação de Wirth Modificada

Na Notação de Wirth Modificada encontram-se os seguintes elementos básicos:

1. Agrupamento de múltiplas opções, com instanciação obrigatória de uma delas:

$$(\Theta_{i1} \mid \Theta_{i2} \mid \ldots \mid \Theta_{in})$$

2. Agrupamento de múltiplas opções, com instanciação opcional:

$$(\Theta_{i1} \mid \Theta_{i2} \mid \ldots \mid \Theta_{in} \mid \varepsilon)$$

3. Agrupamentos de expressões repetitivas – (a) fecho reflexivo e transitivo:

$$(\varepsilon \setminus \Theta_{i1} \mid \Theta_{i2} \mid \ldots \mid \Theta_{in})$$

4. Agrupamentos de expressões repetitivas – (b) fecho transitivo:

$$(\Theta_{i1} \mid \Theta_{i2} \mid \ldots \mid \Theta_{in} \setminus \varepsilon)$$

5. Agrupamentos de expressões repetitivas – (c) repetição com separadores:

$$(\Theta_{i1} \mid \Theta_{i2} \mid \ldots \mid \Theta_{in} \setminus \Psi_{i1} \mid \Psi_{i2} \mid \ldots \mid \Psi_{im})$$

6. Ocorrências de terminais:

$$\sigma$$

7. Ocorrências de não-terminais:

$$A_j$$

8. Referências explícitas à cadeia vazia:

$$\varepsilon$$

9. Concatenações de expressões:

$$\Theta_{i1} \; \Theta_{i2} \ldots \Theta_{in}$$

10. Múltiplas opções:

$$\Theta_{i1} \mid \Theta_{i2} \mid \ldots \mid \Theta_{in}$$

11. Especificação geral da sintaxe associada a um não-terminal A_i:

$$A_i = \Theta_{i1} \mid \Theta_{i2} \mid \ldots \mid \Theta_{in} \;.$$

Obtenção de Reconhecedores Estruturados a partir da Notação de Wirth Modificada

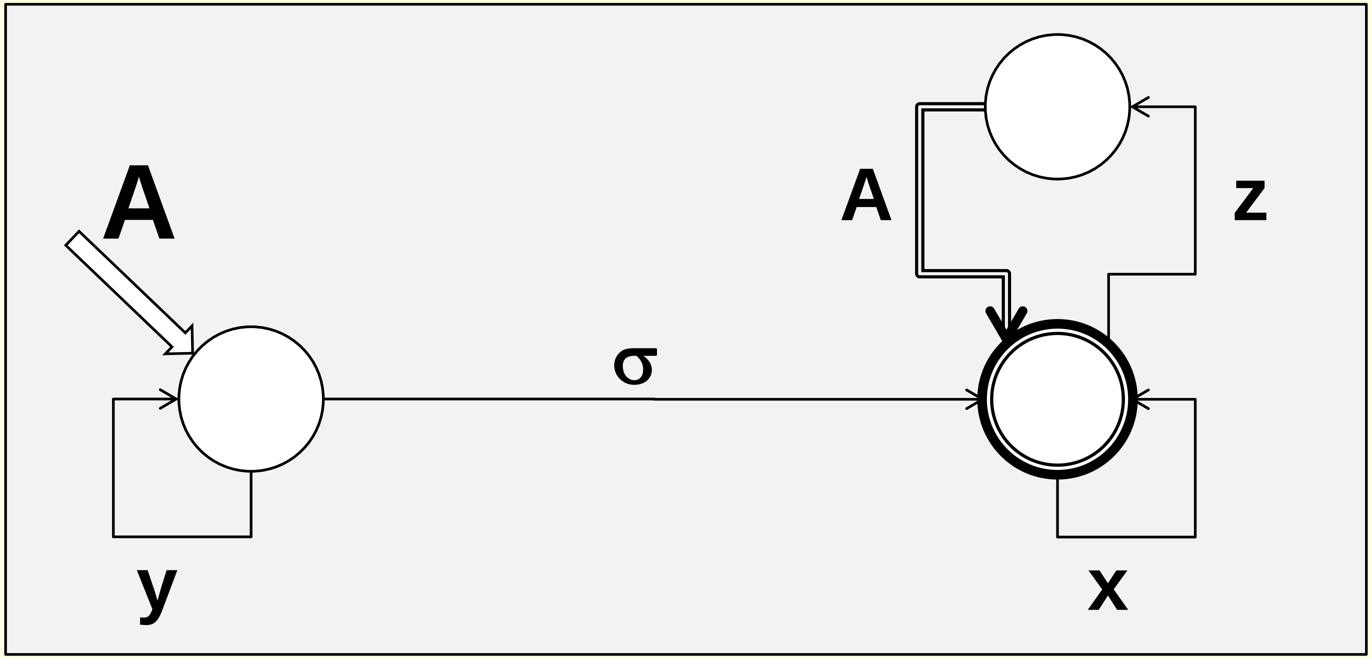
- **1. Se a gramática estiver em outra notação, convertê-la inicialmente para a Notação de Wirth Modificada**
- **2. Obter a forma geral da linguagem, resolvendo o sistema de equações representado pela gramática, interpretando os não-terminais como variáveis e os terminais como constantes:**
  - **Agrupar as várias opções do mesmo não-terminal**
  - **Fatorar as auto-recursões à esquerda e à direita**
  - **Eliminar auto-recursões desnecessárias, pela transformação completa:**

    A= Ax | σ | yA | AzA torna-se **A= ((ε \ y) σ (ε \ x) \ z)**
  - **Alternativamente, em AzA pode-se eliminar apenas a auto-recursão à esquerda aplicando-se a transformação parcial seguinte:**

    A= Ax | σ | yA | AzA torna-se **A = (ε \ y) σ (ε \ x | z A)**
  - **Determinar os *não-terminais essenciais*, pesquisando-os a partir da raiz da gramática, de acordo com as dependências impostas pela gramática**
    - » **a *raiz da gramática* é sempre essencial**
    - » **são essenciais todos os *não-terminais* direta ou indiretamente *auto-recursivos centrais*, que não possam ser expressos exclusivamente em função de terminais e/ou de outros não-terminais essenciais**
  - **Eliminar, por substituição, os demais não-terminais**
  - **Após cada substituição, defatorar a expressão e fatorá-la novamente.**

Simplificação, preservando a recursão de cauda em A

A= Ax | σ | yA | AzA torna-se **A = (ε \ y) σ (ε \ x | z A)**

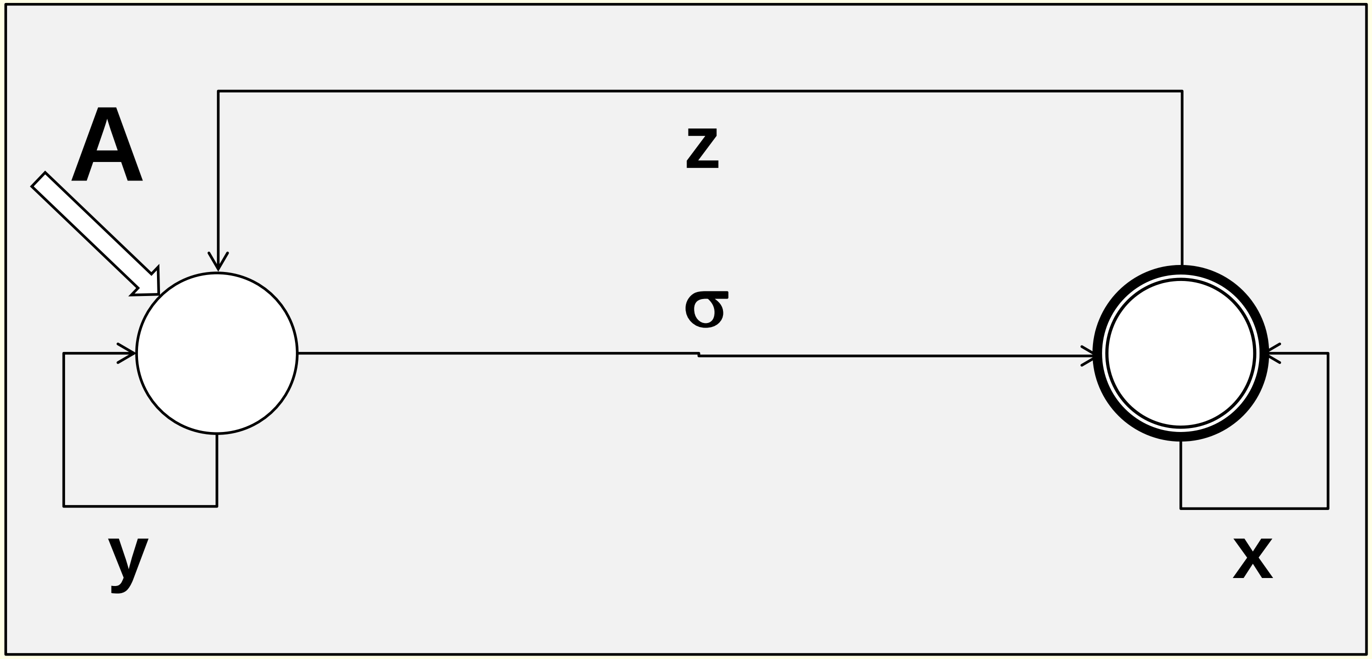


Aqui, a recursão à direita em A é mantida, e por se tratar de uma recursão de cauda (*tail recursion*), é facilmente eliminável se for substituída simplesmente por uma transição em vazio para o estado inicial.

Esta transformação é recomendada para a *construção de analisadores sintáticos* a partir de um *transdutor que preserve a memória da gramática*

Eliminação da recursão de cauda em A

$A = (\ \varepsilon \setminus y\ )\ \sigma\ (\ \varepsilon \setminus x \mid z\ A\ )$ torna-se $A = (\ (\ \varepsilon \setminus y\ )\ \sigma\ (\ \varepsilon \setminus x\ ) \setminus z\ )$



Nesta outra variante, a recursão de cauda foi inicialmente substituída por uma transição em vazio para o estado inicial, eliminando-se em seguida essa transição em vazio.

Explora na íntegra a teoria obtendo uma versão compacta e não recursiva do autômato equivalente à gramática original que define A em Notação de Wirth Modificada.

Recomenda-se para a *obtenção de reconhecedor* compacto.

Procedimento de fatoração (1)

- **Para cada expressão $A = e_1 \mid e_2 \mid \ldots \mid e_k$ particionar o conjunto das opções e_i da seguinte maneira (k=m+n+p+q):**
  - **as opções e_i da forma Ad_iA: Ad_1A, Ad_2A, ..., Ad_mA, agrupando-as como A d A, onde $d = (d_1 \mid d_2 \mid \ldots \mid d_m)$**
  - **as opções e_i da forma Ac_i: Ac_1, Ac_2, ... , Ac_n, agrupando-as como Ac, onde $c = (c_1 \mid c_2 \mid \ldots \mid c_n)$**
  - **as opções e_i da forma b_iA: b_1A, b_2A, ..., b_pA, agrupando-as como bA, onde $b = (b_1 \mid b_2 \mid \ldots \mid b_p)$**
  - **as q opções e_i restantes, agrupando-as como $a = (a_1 \mid a_2 \mid \ldots \mid a_q)$**

- **Obtém-se assim um conjunto de expressões da forma seguinte, já estudada anteriormente:**

$$A = a \mid b\,A \mid A\,c \mid A\,d\,A$$

Procedimento de fatoração (2)

- **Aplicar a cada uma das definições de não-terminais da gramática, agora na forma geral**

A = a | b A | A c | A d A

a transformação seguinte, destinada a eliminar todas as auto-recursões à direita e à esquerda, ou seja, todas as auto-recursões explícitas elimináveis da expressão:

A = ((ε \ b) a (ε \ c) \ d)

- **Relembrando, é possível, se julgado conveniente, eliminar apenas a auto-recursão à esquerda em A d A:**

A = (ε \ b) a (ε \ c | d A)

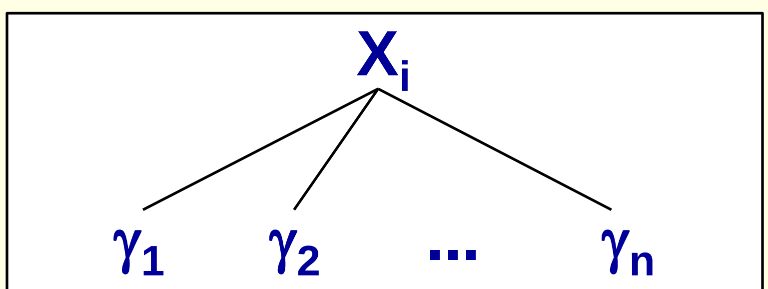
- ***No nosso caso, é esta a transformação que permite preservar melhor a memória da gramática e por isso será a escolhida.***

Formato de Representação das Árvores

Será adotada a seguinte convenção de representação:

- **FOLHAS: (σ) e ( )**
  quando σ é um *terminal* ou o símbolo ε de *cadeia vazia:*

- **SUB-ÁRVORE COM RAIZ X E n RAMOS: ($\gamma_1\ \gamma_2\ \ldots\ \gamma_n\ X_i$)**
  onde i é o número da regra associada que define o não-terminal X, e onde γ_j é a representação da sub-árvore que corresponde ao seu j-ésimo ramo:



Formato de Representação das Árvores

Colchetes operam como super-parênteses em agrupamentos.

Assim, [...) ...) equivale a ((...) ...)

Em agrupamentos apenas entre colchetes, estes podem ser desprezados, operando apenas como delimitadores

Outras representações poderiam ser adotadas, mas esta foi escolhida pela simplicidade com que pode ser gerada no mecanismo de transdução que estamos utilizando.

Exemplo

- **Em primeiro lugar, a gramática através da qual a linguagem está definida deve ser preparada para receber o tratamento que a converterá no transdutor desejado**
- **A pequena gramática-exemplo abaixo, definida como um conjunto de regras elementares de substituição, ilustra a apresentação dos vários passos dessa conversão:**

$$S \rightarrow E$$
$$E \rightarrow E * E$$
$$E \rightarrow E + F$$
$$E \rightarrow \varepsilon$$
$$F \rightarrow < E >$$
$$F \rightarrow a\ F$$
$$F \rightarrow b$$

Preparação da Gramática (1)

Se necessário, separar inicialmente e *numerar, para identificação, as regras de produção individuais*

- **Não-terminais N, definidos em uma regra de produção com índice i, convertem-se em N_i adiante representados simplificadamente por X**

i	Regra de Produção	Nova Representação do Não-terminal
1	$S \rightarrow E$	S_1
2	$E \rightarrow E * E$	E_2
3	$E \rightarrow E + F$	E_3
4	$E \rightarrow \varepsilon$	E_4
5	$F \rightarrow < E >$	F_5
6	$F \rightarrow a\ F$	F_6
7	$F \rightarrow b$	F_7

Preparação da Gramática (2)

Para caracterizar as produções, *adota-se essa notação*:

- **auto-recursões apenas à esquerda, ou à esquerda e também à direita: denotar a raiz X da sub-árvore como X∇**
- **auto-recursões à direita, mas não à esquerda:**

  denotar a raiz X da sub-árvore como ∇X
- **auto-recursões centrais e demais produções não auto-recursivas: usar apenas X para denotar a raiz da árvore**

i	Produção	Identificação da Produção
1	$S \rightarrow E$	S_1
2	$E \rightarrow E * E$	$E_2\nabla$
3	$E \rightarrow E + F$	$E_3\nabla$
4	$E \rightarrow \varepsilon$	E_4
5	$F \rightarrow < E >$	F_5
6	$F \rightarrow a\ F$	∇F_6
7	$F \rightarrow b$	F_7

Preparação da Gramática (3)

Antes de eliminar recursões, proceder à *rotulação inicial das produções originais*, para que não se perca a memória da gramática:

- **na extremidade esquerda da produção, inserir um rótulo [**
- **na extremidade direita da produção acrescentar rótulos $X\nabla]$, $\nabla X]$ ou $X]$, em conformidade com o correspondente caso estudado anteriormente**
- **adicionar à direita de cada terminal σ um rótulo σ, igual ao terminal**
- **não inserir novos rótulos à direita de não-terminais presentes na regra**
- **no caso particular em que o lado direito da regra é vazio (ε), adicionar o rótulo ε imediatamente à direita do símbolo ε e à esquerda do rótulo previamente inserido ao final da regra, conforme descrito acima**
- **outras ocorrências do meta-símbolo ε não recebem rótulos à direita**

$$S \rightarrow {}^{[}\, E\, {}^{S_1]}$$

$$E \rightarrow {}^{[}\, E * {}^{*}\, E\, {}^{E_2\nabla\,]} \qquad E \rightarrow {}^{[}\, E + {}^{+}\, F\, {}^{E_3\nabla\,]} \qquad E \rightarrow {}^{[}\, \varepsilon\, {}^{\varepsilon\, E_4\,]}$$

$$F \rightarrow {}^{[}\, < {}^{<}\, E > {}^{>F_5\,]} \qquad F \rightarrow {}^{[}\, a\, {}^{a}\, F\, {}^{\nabla F_6\,]} \qquad F \rightarrow {}^{[}\, b\, {}^{bF_7\,]}$$

Preparação da Gramática (4)

Para cada não-terminal da gramática original, (re)agrupar, em uma só definição, todas as suas alternativas, depois de terem recebido a devida *rotulação inicial*, conforme descrito anteriormente:

$$S \rightarrow {}^{[}\, E \,{}^{S_1]}$$

$$E \rightarrow {}^{[}\, E * {}^{*}\, E^{E_2\nabla\,]} \quad | \; {}^{[}\, E + {}^{+}\, F\, {}^{E_3\nabla\,]} \quad | \; {}^{[}\, \varepsilon \, {}^{\varepsilon\, E_4\,]}$$

$$F \rightarrow {}^{[}\, < {}^{<}\, E >^{>F_5\,]} \quad | \; {}^{[}\, a^{a}\, F^{\nabla F_6\,]} \quad | \; {}^{[}\, b^{bF_7\,]}$$

Preparação da Gramática (5)

Para cada não-terminal definido por mais de uma regra, agrupar entre parênteses (e), separadas por barras | as produções rotuladas que o definem, unificando, fora desses parênteses, os rótulos delimitadores [e]:

- **deslocar para o início da expressão fatorada o rótulo esquerdo [uma única vez, ainda que ocorram várias alternativas na expressão, dessa maneira colocando tal rótulo em evidência à esquerda do agrupamento.**
- **preservar as rotulações à direita em todas as opções encontradas, exceto o rótulo], que é deslocado uma só vez para a direita do agrupamento. Aqui também deve ser mantido apenas um rótulo], independentemente do número de alternativas existentes na expressão.**
- **manter inalteradas as definições rotuladas dos demais não-terminais.**

$$S \rightarrow \ ^{[}\ E\ ^{S_1]}$$

$$E \rightarrow \ ^{[}\ (\ E\ *\ ^{*}\ E^{E_2\nabla}\ |\ E\ +\ ^{+}\ F^{\ E_3\nabla}\ |\ \varepsilon\ ^{\varepsilon\ E_4}\ )^{]}$$

$$F \rightarrow \ ^{[}\ (\ <^{<}\ E\ >^{>F_5}\ |\ a^{a}\ F^{\nabla F_6}\ |\ b^{bF_7}\ )^{]}$$

Preparação da Gramática (6)

Passa-se agora a *eliminar auto-recursões indesejadas*.

Para a eliminação de auto-recursões somente à direita, e de auto-recursões quaisquer à esquerda em N, nas diversas produções rotuladas de cada um dos três tipos (por convenção, s identifica univocamente regra original):

$$N \rightarrow \ {}^{[}\alpha_1{}^{\alpha'_1}\alpha_2{}^{\alpha'_2}\ldots{}^{\alpha'_{n-1}}\alpha_n{}^{\alpha'_n\, N_s]}$$

incluindo o caso particular $N \rightarrow {}^{[}\varepsilon^{\varepsilon\, N_s]}$

$$N \rightarrow \ {}^{[}\beta_1{}^{\beta'_1}\beta_2{}^{\beta'_2}\ldots{}^{\beta'_{n-1}}\beta_n{}^{\beta'_n}\, N^{\nabla N_s]}$$

$$N \rightarrow \ {}^{[}N\gamma_1{}^{\gamma'_1}\gamma_2{}^{\gamma'_2}\ldots{}^{\gamma'_{n-1}}\gamma_n{}^{\gamma'_n\, N_s\nabla]}$$

Pode-se evitar a eliminação da auto-recursão à direita em auto-recursões duplas aplicando-se uma variante da regra geral de fatoração usualmente empregada.

Preparação da Gramática (7)

Para isso, pode-se *aplicar a fatoração abaixo*, em que $\underline{\alpha_i}$, $\underline{\beta_j}$, $\underline{\gamma_k}$ abreviam cadeias rotuladas completas como as das produções acima, e i, j, k, l, p, q ilustram instâncias dos números das respectivas regras:

$$\mathbf{N} \rightarrow^{[} \big(\varepsilon \setminus \gamma_i^{\nabla N_i} \,|\, \gamma_j^{\nabla N_j} \,|\, \ldots \big) \big(\alpha_k^{N_k} \,|\, \alpha_l^{N_l} \,|\, \ldots \big) \big(\varepsilon \setminus \beta_p^{N_p \nabla} \,|\, \beta_q^{N_q \nabla} \,|\, \ldots \big)^{]}$$

Conforme foi anunciado, esta fórmula não elimina auto-recursões duplas, simultâneas à direita e à esquerda para um mesmo não-terminal, delas preservando a recursão à direita, e eliminando só a recursão à esquerda.

Isto se justifica dada a necessidade de retenção, nos rótulos adicionados, da informação estrutural das sentenças, informação essa que poderia ser perdida caso fossem eliminadas simultaneamente ambas as recursões.

Preparação da Gramática (7a)

Partindo da gramática já com as produções agrupadas, aplicam-se as regras de *eliminação de recursões*:

$$S \rightarrow {}^{[}\ E\ {}^{S_1\,]}$$

$$E \rightarrow {}^{[}\ (\ E\ *\ {}^{*}\ E\ {}^{E_2\nabla}\ |\ E\ +\ {}^{+}\ F\ {}^{E_3\nabla}\ |\ \varepsilon\ {}^{\varepsilon\, E_4}\ )\ {}^{]}$$

$$F \rightarrow {}^{[}\ (\ <\ {}^{<}\ E\ >\ {}^{>F_5}\ |\ a\ {}^{a}\ F\ {}^{\nabla F_6}\ |\ b\ {}^{bF_7}\ )\ {}^{]}$$

Fatorando a recursão à esquerda em E :

$$E \rightarrow {}^{[}\ (\ E\ (\ *\ {}^{*}\ E\ {}^{E_2\nabla}\ |\ +\ {}^{+}\ F\ {}^{E_3\nabla}\ )\ |\ \varepsilon\ {}^{\varepsilon\, E_4}\ )\ {}^{]}$$

Eliminando essa recursão:

$$E \rightarrow {}^{[}\ (\ \varepsilon\ {}^{\varepsilon\, E_4}\ )\ (\ \varepsilon\ \backslash\ (\ *\ {}^{*}\ E\ {}^{E_2\nabla}\ |\ +\ {}^{+}\ F\ {}^{E_3\nabla}\ )\ )\ {}^{]}$$

Eliminando a recursão à direita em F tem-se:

$$F \rightarrow {}^{[}\ (\ \varepsilon\ \backslash\ a\ {}^{a\ \nabla F_6}\ )\ (\ <\ {}^{<}\ E\ >\ {}^{>F_5}\ |\ b\ {}^{bF_7}\ )\ {}^{]}$$

Preparação da Gramática (7b)

Substituindo-se

$$F \rightarrow {}^{[}\ (\ \varepsilon\ \backslash\ a^{a\ \nabla F_6}\ )\ (\ <^{<} E >^{>F_5}\ \mid\ b^{bF_7}\ )^{]}$$

em

$$E \rightarrow {}^{[}\ (\ \varepsilon^{\varepsilon E_4}\ )\ (\ \varepsilon\ \backslash\ (\ *^{*} E^{E_2 \nabla}\ \mid\ +^{+} F^{E_3 \nabla}\ )\ )^{]}$$

tem-se (notar a introdução de parênteses para agrupar):

$$E \rightarrow {}^{[}\ (\ \varepsilon^{\varepsilon E_4}\ )\ (\ \varepsilon\ \backslash\ (\ *^{*} E^{E_2 \nabla}\ \mid$$
$$+^{+}\ (^{[}\ (\ \varepsilon\ \backslash\ a^{a\ \nabla F_6}\ )\ (\ <^{<} E >^{>F_5} \mid b^{bF_7}\ )^{]}\ )^{E_3 \nabla}\ )\ )^{]}$$

que, com a regra que define a raiz da gramática, compõe finalmente a gramática devidamente manipulada:

$$S \rightarrow {}^{[}\ E^{S_1}\ {}^{]}$$

$$E \rightarrow {}^{[}\ (\ \varepsilon^{\varepsilon E_4}\ )\ (\ \varepsilon\ \backslash\ *^{*} E^{E_2 \nabla}\ \mid$$
$$+^{+}\ (^{[}\ (\ \varepsilon\ \backslash\ a^{a\ \nabla F_6}\ )\ (\ <^{<} E >^{>F_5} \mid b^{bF_7}\ )^{]\ E_3 \nabla}\ )\ )^{]}$$

Preparação da Gramática (8)

Eliminação de Não-Determinismos

Suprimidas todas as recursões indesejadas, passa-se à eliminação de não-determinismos causados pela ocorrência de prefixos comuns em duas ou mais alternativas contidas em algum dos agrupamentos resultantes.

Há vários casos a considerar:

- **presença explícita de prefixos comuns a duas ou mais alternativas em um mesmo agrupamento**
- **presença de não-terminal na extremidade esquerda de alguma das alternativas de um agrupamento**
- **presença explícita do vazio ε como alternativa em um agrupamento**
- **presença de alguma construção, cíclica ou não, de instanciação opcional, na extremidade esquerda de alguma das alternativas de um agrupamento**

Preparação da Gramática (9)

Eliminação de prefixos comuns explícitos.

Esta classe de não-determinismos pode ser resolvida por fatorações sucessivas, colocando-se em evidência, em primeiro lugar, o prefixo $\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_n$ mais longo possível, que seja comum ao mais abrangente subconjunto possível de alternativas, e repetindo sucessivamente a operação em todos os agrupamentos da expressão resultante, até que nada mais haja para ser fatorado:

$$^{R_0}\alpha_1{}^{R_1}\alpha_2{}^{R_2}\ldots{}^{R_{n-1}}\alpha_n{}^{R_n}\beta_1{}^{T_1}\beta_2{}^{T_2}\ldots{}^{T_{p-1}}\beta_p{}^{T_p}$$

e $$^{S_0}\alpha_1{}^{S_1}\alpha_2{}^{S_2}\ldots{}^{S_{n-1}}\alpha_n{}^{S_n}\gamma_1{}^{U_1}\gamma_2{}^{U_2}\ldots{}^{U_{q-1}}\gamma_q{}^{U_q}$$

Se nessas expressões, $R_i = S_i$ para $0<i\leq m\leq n$, fatora-se assim:

$$^{R_0}\alpha_1{}^{R_1}\alpha_2{}^{R_2}\ldots{}^{R_{m-1}}\alpha_m{}^{R_m}\ \alpha_{m+1}\ldots\alpha_n$$

$$(\ \beta_1{}^{R_{m+1}\ldots R_{n-1}\,R_n\,T_1}\beta_2{}^{T_2}\ldots{}^{T_{p-1}}\beta_p{}^{T_p}\ |$$

$$\gamma_1{}^{S_{m+1}\ldots S_{n-1}\,S_n\,U_1}\gamma_2{}^{U_2}\ldots{}^{U_{q-1}}\gamma_q{}^{U_q}\ )$$

Preparação da Gramática (10)

A expressão obtida deve, após cada fatoração realizada, ser submetida a nova análise, uma vez que após uma fatoração é possível o surgimento de novos não-determinismos explícitos.

Eliminação de não-terminais da extremidade esquerda de uma opção de um agrupamento.

Neste caso, deve-se substituir o não-terminal pela expressão rotulada que o define, colocada entre parênteses, e re-analisando a expressão resultante. Sendo a opção em questão da forma

$$^{R}\,N\,^{R_0}\,\mu_1\,^{R_1}\,\mu_2\,^{R_2}\ldots\,^{R_{n-1}}\,\mu_n\,^{R_n}$$

e sendo N dado por uma expressão rotulada δ , que constitua um caso particular qualquer da forma geral apresentada no item 6, obtém-se a seguinte expressão:

$$^{R}\,(\,\delta\,)\,^{R_0}\,\mu_1\,^{R_1}\,\mu_2\,^{R_2}\ldots\,^{R_{n-1}}\,\mu_n\,^{R_n}$$

a qual deverá, como sempre, ser reanalisada quanto à presença de manifestações não-determinísticas.

Preparação da Gramática (11)

Eliminação de não-determinismos referentes à cadeia vazia como opção explícita.

Para uma expressão da forma

$$^{R_0}\alpha\ ^{R_1}(\ ^{R_2}\varepsilon\ ^{R_3}\ |\ ^{R_4}\mu\ ^{R_5})^{R_6}\beta\ ^{R_7}$$

com α, β, μ arbitrários, eventualmente vazios, sendo α, β fatores, deve-se levantar as cadeias geradas por esse tipo de expressão, podendo-se para tanto defatorá-la, transformando-a na expressão equivalente, isenta de vazios explícitos, mas cujos rótulos preservam tal informação, proveniente da expressão original:

$$^{R_0}\alpha\ ^{R_1}\ ^{R_2}\ ^{R_3}{}^{R_6}\beta\ ^{R_7}\quad |\quad ^{R_0}\alpha\ ^{R_1}\ ^{R_4}\mu\ ^{R_5}{}^{R_6}\beta\ ^{R_7}$$

cujos dois termos poderão ser manipulados juntamente com outras alternativas do mesmo nível, para efeito de eliminação de eventuais situações adicionais de não-determinismo

Preparação da Gramática (12)

Eliminação de construções opcionais cíclicas como prefixos de uma opção

Este tipo de construção dá origem implicitamente à cadeia vazia, encobrindo eventuais prefixos comuns às cadeias geradas pelo fator do qual esta construção cíclica é prefixo.

Para explicitar essas situações, pode-se substituir o fator cíclico

$$^{R_0}\ (\ ^{R_1}\ \varepsilon\ ^{R_2}\ \backslash\ ^{R_3}\ \alpha\ ^{R_4}\ )\ ^{R_5}$$

pela expressão equivalente

$$^{R_0}\ ^{R_1}\ \varepsilon\ ^{R_2}\ ^{R_5}\ |\ ^{R_0}\ ^{R_1}\ ^{R_2}\ ^{R_3}\ \alpha\ ^{R_4}\ (\ \varepsilon\ \backslash\ ^{R_3}\ \alpha\ ^{R_4}\ )\ ^{R_5}$$

recaindo-se no caso anterior, em que a primeira cadeia vazia aparece explícita e isolada na expressão

Preparação da Gramática (13)

Eliminação de construções opcionais acíclicas como prefixos de uma opção

Este tipo de construção também dá origem implicitamente à cadeia vazia, encobrindo eventuais prefixos comuns às cadeias geradas pelo fator do qual esta construção sintática opcional é prefixo.

Para explicitar essas situações, pode-se substituir o fator acíclico opcional:

$$R_0 \; (\; R_1 \; \varepsilon \; R_2 \; | \; R_3 \; \alpha \; R_4 \;) \; R_5$$

pela expressão equivalente

$$R_0 \, R_1 \; \varepsilon \; R_2 \, R_5 \; | \; R_0 \, R_3 \; \alpha \; R_4 \, R_5$$

recaindo-se no caso anterior, em que a cadeia vazia aparece explícita e isolada na expressão

Preparação da Gramática (14)

- O trabalho de eliminação dos não-determinismos descrito no item anterior deve ser sucessivametne aplicado até que não mais restem situações não-determinísticas, ou então até que, na tentativa de eliminação de uma delas, se recaia em alguma situação que seja idêntica a outra que já tenha sido previamente tratada.
- A reincidência de uma configuração não-determinística já tratada caracteriza a presença de um não-determinismo não-eliminável.
- Nesse caso, para garantir funcionamento determinístico ao autômato em todas as situações em que isso seja essencial, é preciso repetir o processo quantas vezes se julgar satisfatório, tolerando-se para o autômato uma operação não-determinística apenas nas situações para as quais o procedimento descrito não se mostrar suficiente para a eliminação do não-determinismo.

Preparação da Gramática (15)

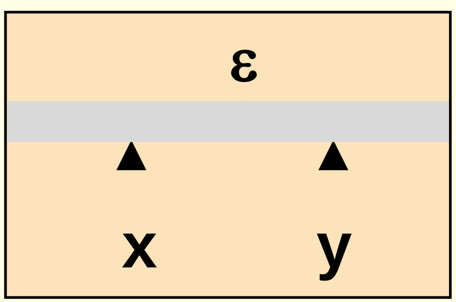
- **Uma vez obtida e devidamente manipulada uma expressão rotulada única para cada não-terminal da gramática, passa-se a *gerar as transições do autômato* correspondente, de acordo com o procedimento descrito na sequência.**
- **Ao aplicar as regras a seguir para a geração das transições do autômato, é preciso *criar ao mesmo tempo as regras de mapeamento do transdutor*, de acordo com o roteiro apresentado adiante.**

Construção das transições (1)

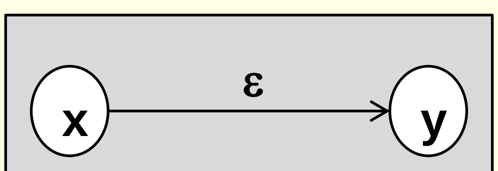
(para construir as transições, desprezam-se os rótulos)

Vazio:

Para cada ocorrência do meta-símbolo ε, criar uma transição em vazio do estado marcado à sua esquerda para aquele que estiver indicado à sua direita:



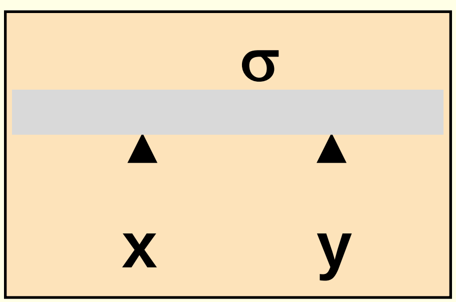
$$\gamma \quad x \quad \alpha \Rightarrow \gamma \quad y \quad \alpha$$



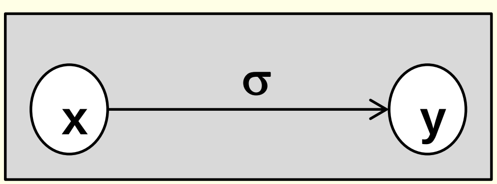
Construção das transições (2)

Terminal:

Para cada ocorrência de um terminal σ, criar uma transição entre os estados x e y marcados respectivamente à sua esquerda e à sua direita, que consuma esse terminal:



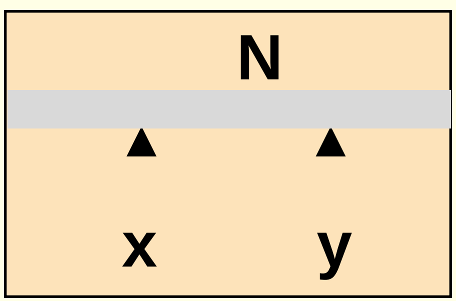
$$\gamma \quad x \quad \sigma\alpha \;\Rightarrow\; \gamma \quad y \quad \alpha$$



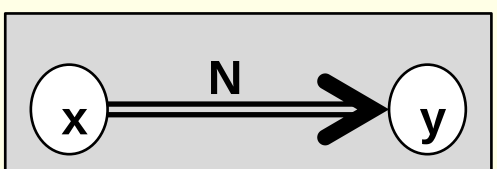
Construção das transições (3)

Não-terminal (chamada de sub-máquina):

Para cada ocorrência de um não-terminal N, criar uma transição em vazio de chamada da sub-máquina associada ao não-terminal N, partindo do estado x marcado à esquerda de N, empilhando o estado y marcado à sua direita, e desviando para o estado inicial n_0 da sub-máquina em questão:



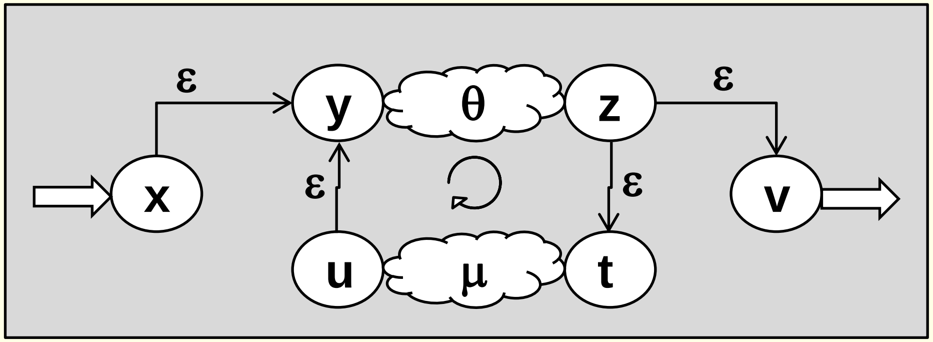
$$\gamma \quad x \quad \alpha \Rightarrow \gamma \; y \quad n_0 \quad \alpha$$



Construção das transições (4)

Ciclos:

Para cada ocorrência de um agrupamento cíclico, de qualquer tipo, criar um conjunto de transições da forma seguinte, que implementa o controle da repetição denotada pelo agrupamento:



(		θ		\		μ		)
	x	y		z	t		u	v

$$\gamma\ x\ \alpha \Rightarrow \gamma\ y\ \alpha$$
$$\gamma\ z\ \alpha \Rightarrow \gamma\ v\ \alpha$$
$$\gamma\ z\ \alpha \Rightarrow \gamma\ t\ \alpha$$
$$\gamma\ u\ \alpha \Rightarrow \gamma\ y\ \alpha$$

Construção das transições (5)

Retornos de Sub-Máquina:

Para cada estado n_f associado ao final de alguma das opções que definem o não-terminal N, criar uma transição em vazio que efetue o retorno ao estado y da sub-máquina chamadora, empilhado previamente pela transição de chamada da sub-máquina associada ao não-terminal N:

$$\gamma\, y \quad n_f \quad \alpha \;\Rightarrow\; \gamma \quad y \quad \alpha$$

Construção das transições (6)

Neste ponto, todas as transições do autômato já estão construídas, restando apenas efetuar as seguintes interpretações:

Estado inicial de sub-máquina:

Interpretar como sendo o estado inicial da sub-máquina correspondente ao não-terminal N aquele estado que estiver associado à extremidade esquerda das expressões que especificam esse não-terminal

Estados inicial e final do autômato:

Os estados inicial e final da sub-máquina correspondente ao não-terminal que representa a raiz da gramática serão também os estados inicial e final do autômato, respectivamente.

Construção das Regras de Mapeamento (1)

- **Para construir as *regras de mapeamento do transdutor*, aplica-se, a cada transição do autômato construído, a tabela de correspondência apresentada adiante, usando sempre, como referência, os rótulos correspondentes aos estados-destino da mesma.**
- **Cada rótulo é formado por uma cadeia de rótulos elementares, considerados em ordem, da esquerda para a direita.**
- **Lembrar o significado dos rótulos elementares:**
  - **os da forma X∇ são relativos a auto-recursões à esquerda**
  - **os da forma ∇X são relativos a auto-recursões à direita**
  - **os da forma X correspondem aos demais casos**
- **Notação para movimentos da pilha do transdutor:**
  - **↓X denota o empilhamento de uma cadeia X**
  - **↑X denota o desempilhamento de uma cadeia X**

Construção das Regras de Mapeamento (2)

Notação usada nas regras de transdução

- o meta-símbolo π denota a parte do conteúdo da pilha do transdutor compreendida entre o topo da pilha e a primeira ocorrência do delimitador] na pilha, exclusive
- $\downarrow$ e $\pi\uparrow$ indicam respectivamente empilhamento e desempilhamento
- índices i em um não-terminal (X_i) indicam referência à i-ésima regra da gramática original, com a qual se define o não-terminal X
- terminais, não-terminais e a cadeia vazia são representados nos rótulos por σ , X, ε, respectivamente

Tabela para a construção das regras de mapeamento:

Rótulo:	ε	σ	$X_i\nabla$	X_i	∇X_i	[	]
Pilha:				$\uparrow\pi$	$\downarrow)X_i$	$\downarrow]$	$\uparrow\pi$]
Saída:	( )	(σ)	X_i)	$X_i)\pi$	(	[(	π)

Construção das Regras de Mapeamento (3)

- **A ocorrência simultânea de π na cadeia de saída e na pilha, nas colunas da tabela anterior, indica que deve ser emitida como saída uma cópia desse conteúdo π da pilha.**

- **Aplicando a tabela a uma regra que apresente um rótulo da forma**

$$\boxed{R = r_1\ r_2\ \ldots\ r_n}$$

associado a seu estado-destino, para cada rótulo elementar r_i pode ser encontrada, na tabela, a indicação das correspondentes alterações: da saída (s_i), e da pilha do transdutor (p_i).

- **Concatenando-se os s_i obtém-se $S = s_1\ s_2\ \ldots\ s_n$, que representa a alteração completa a ser efetuada sobre a cadeia de saída.**

- **Concatenando os p_i obtém-se $P = p_1\ p_2\ \ldots\ p_n$, que corresponde à alteração completa a ser efetuada sobre o conteúdo da pilha.**

Construção das Regras de Mapeamento (4)

- **Pode-se então montar a regra desejada de mapeamento:**

$$(\gamma\ ,\lambda) \rightarrow (\gamma\, P, \lambda S)$$

- **Interpretam-se (γ , λ) como sendo a situação da pilha do transdutor e da cadeia de saída, respectivamente, logo antes da aplicação da regra de mapeamento.**
- **Após sua aplicação, a nova situação será (γ P, λS), indicando que às cadeias γ e λ foram anexadas à direita as alterações P e S, respectivamente.**
- **O transdutor assim obtido pode ser aplicado a qualquer gramática particular, e constituirá um analisador sintático que, ao final do tratamento de uma cadeia de entrada arbitrária, gera uma cadeia de saída que será exatamente a representação da árvore de derivação da sentença analisada, com base na gramática em questão.**

Primeiro Exemplo (1)

Gramática inicial:

1. $X \rightarrow a$	2. $X \rightarrow Yb$	3. $X \rightarrow YZ$
4. $Y \rightarrow a$	5. $Y \rightarrow \varepsilon$	6. $Z \rightarrow bc$

Essa gramática define, de uma forma um tanto estranha, o seguinte conjunto finito de sentenças: { a, b, ab, bc, abc }.

Rotulando as regras individuais:

1. $X \rightarrow [\, a\ ^{aX_1}]$	2. $X \rightarrow [\, Yb\ ^{bX_2}]$	3. $X \rightarrow [\, YZ\ ^{X_3}$
4. $Y \rightarrow [\, a\ ^{aY_4}]$	5. $Y \rightarrow [\, \varepsilon\ ^{\varepsilon\, Y_5}]$	6. $Z \rightarrow [\, b^{b}\ c^{cZ_6}]$

Agrupando as alternativas dos mesmos não-terminais:

$$X \rightarrow [\,(\, a\ ^{aX_1} \mid Y\ b\ ^{bX_2} \mid YZ^{X_3}\,)\,]$$

$$Y \rightarrow [\,(\, a\ ^{aY_4} \mid \varepsilon\ ^{\varepsilon\, Y_5}\,)\,]$$

$$Z \rightarrow [\,(\, b^{b}\ c^{cZ_6}\,)\,]$$

Primeiro Exemplo (2)

Fatorando na expressão de X o prefixo comum Y:

$$X \rightarrow {}^{[}(\, a\ {}^{aX_1} \mid Y\ (\, b\ {}^{bX_2} \mid Z\ {}^{X_3}\,)\,)\,{}^{]}$$

Substituindo $Y \rightarrow {}^{[}(\, a\ {}^{aY_4} \mid \varepsilon\ {}^{\varepsilon\, Y_5}\,)\,{}^{]}$ **em X:**

$$X \rightarrow {}^{[}(\, a\ {}^{aX_1} \mid {}^{[}(\, a\ {}^{aY_4} \mid \varepsilon\ {}^{\varepsilon\, Y_5}\,)\,{}^{]}(\, b\ {}^{bX_2} \mid Z\ {}^{X_3}\,)\,)\,{}^{]}$$

Substituindo agora $Z \rightarrow {}^{[}(\, b\ {}^{b}\ c\ {}^{cZ_6}\,)\,{}^{]}$ **temos:**

$$X \rightarrow {}^{[}(\, a\ {}^{aX_1} \mid {}^{[}(\, a\ {}^{aY_4} \mid \varepsilon\ {}^{\varepsilon\, Y_5}\,)\,{}^{]}(\, b\ {}^{bX_2} \mid {}^{[}(\, b\ {}^{b}\ c\ {}^{cZ_6}\,)\,{}^{]}\ {}^{X_3}\,)\,)\,{}^{]}$$

Eliminando parênteses supérfluos:

$$X \rightarrow {}^{[}(\, a\ {}^{aX_1} \mid {}^{[}(\, a\ {}^{aY_4} \mid \varepsilon\ {}^{\varepsilon\, Y_5}\,)\,{}^{]}(\, b\ {}^{bX_2} \mid {}^{[}\, b\ {}^{b}\ c\ {}^{cZ_6]}\ {}^{X_3}\,)\,)\,{}^{]}$$

Fatorando o prefixo comum b (notar a evolução dos rótulos):

$$X \rightarrow {}^{[}(\, a\ {}^{aX_1} \mid {}^{[}(\, a\ {}^{aY_4} \mid \varepsilon\ {}^{\varepsilon\, Y_5}\,)\,{}^{]}(\, b\ (\, \varepsilon\ {}^{bX_2} \mid c\ {}^{[bcZ_6]}\ {}^{X_3}\,)\,)\,)\,{}^{]}$$

Primeiro Exemplo (3)

$X \rightarrow {}^{[}\ (\ a\ ^{aX_1} \,|\, {}^{[}\ (\ a\ ^{aY_4} \,|\, \varepsilon\ ^{\varepsilon\ Y_5}\ )\ ^{]}\ (\ b\ (\ \varepsilon\ ^{bX_2} \,|\, c\ ^{[bcZ_6]\ X_3}\ )))\ ^{]}$

Defatorando o fator ${}^{[}\ (\ a\ ^{aY_4} \,|\, \varepsilon\ ^{\varepsilon\ Y_5}\ )\ ^{]}$ **e eliminando os parênteses desnecessários temos:**

$$X \rightarrow {}^{[}\ (\ a\ ^{aX_1} \,|\, {}^{[}\ a\ ^{aY_4\ ]}\ b\ (\ \varepsilon\ ^{bX_2} \,|\, c\ ^{[bcZ_6]\ X_3}\ )$$
$$|\ b\ ^{[\varepsilon\ Y_5]}\ (\ \varepsilon\ ^{bX_2} \,|\, c\ ^{[bcZ_6]\ X_3}\ )\ )\ ^{]}$$

Fatorando o termo a, vem (observar a migração dos rótulos):

$$X \rightarrow {}^{[}\ (\ a\ (\ \varepsilon\ ^{aX_1} \,|\, b\ ^{[aY_4\ ]}\ (\ \varepsilon\ ^{bX_2} \,|\, c\ ^{[bcZ_6]\ X_3}\ )\ )$$
$$|\ b\ ^{[\varepsilon\ Y_5]}\ (\ \varepsilon\ ^{bX_2} \,|\, c\ ^{[bcZ_6]\ X_3}\ )\ )\ ^{]}$$

Nesta expressão não restam conflitos entre prefixos, permitindo assim a operação determinística, tanto do transdutor como das regras de mapeamento correspondentes.

Segundo Exemplo (1)

1. $X \rightarrow Yb$ 2. $X \rightarrow abc$ 3. $Y \rightarrow aZ$ 4. $Z \rightarrow \varepsilon$ 5. $Z \rightarrow Za$

Rotulando individualmente:

1. $X \rightarrow [\; Y\; b\; {}^{b X_1}]$ 2. $X \rightarrow [\; a\; {}^{a}\; b\; {}^{b}\; c\; {}^{c\; X_2}]$ 3. $Y \rightarrow [\; a\; {}^{a}\; Z\; {}^{Y_3}]$

4. $Z \rightarrow [\; \varepsilon\; {}^{\varepsilon\; Z_4}\;]$ 5. $Z \rightarrow [\; Za\; {}^{aZ_5\nabla}\;]$

Agrupando:

$X \rightarrow [\; (Y\; b\; {}^{b\; X_1} \,|\, a\; {}^{a}\; b\; {}^{b}\; c\; {}^{c\; X_2}\;)\;]$

$Y \rightarrow [\; (\; a\; {}^{a}\; Z\; {}^{Y_3}\;)\;]$

$Z \rightarrow [\; (\; \varepsilon\; {}^{\varepsilon\; Z_4} \,|\, Za^{aZ_5\nabla}\;)\;]$

Eliminando a auto-recursão em Z tem-se:

$Z \rightarrow [\; (\; \varepsilon\; {}^{\varepsilon\; Z_4}\;)\; (\; \varepsilon\; \backslash\; a^{aZ_5\nabla}\;)\;]$

Segundo Exemplo (2)

$$X \rightarrow {}^{[}\,(Y\ b\ {}^{bX_1} \mid a\ {}^{a}\ b\ {}^{b}\ c\ {}^{c\,X_2}\ )\ {}^{]}$$

$$Y \rightarrow {}^{[}\,(\ a\ {}^{a}\ Z\ {}^{Y_3}\ )\ {}^{]}$$

$$Z \rightarrow {}^{[}\,(\ \varepsilon\ {}^{\varepsilon\ Z_4}\ )\ (\ \varepsilon\ \backslash\ a\ {}^{aZ_5\nabla}\ )\ {}^{]}$$

Substituindo Z em Y vem (notar um nível de parênteses extra):

$$Y \rightarrow {}^{[}\,(\ a\ {}^{a}\ (\ {}^{[}\,(\ \varepsilon\ {}^{\varepsilon\ Z_4}\ )\ (\ \varepsilon\ \backslash\ a\ {}^{aZ_5\nabla}\ )\ {}^{]}\ )\ {}^{Y_3}\ )\ {}^{]}$$

Desenvolvendo uma vez o ciclo mais à direita temos

(notar o desdobramento do rótulo $^{aZ_5\nabla}$ para fora do ciclo):

$$Y \rightarrow {}^{[}\,(\ a\ {}^{a}\ (\ {}^{[}\,(\ \varepsilon\ {}^{\varepsilon\ Z_4}\ )\ (\ \varepsilon \mid a\ {}^{aZ_5\nabla}\ (\ \varepsilon\ \backslash\ a\ {}^{aZ_5\nabla}\ )\ {}^{]}\ )\ )\ {}^{Y_3}\ )\ {}^{]}$$

Eliminando parênteses (observar a migração dos rótulos):

$$Y \rightarrow {}^{[}\,a\ {}^{a}\ (\ \varepsilon\ {}^{[\varepsilon\ Z_4]} \mid {}^{[\varepsilon\ Z_4}\ a\ {}^{aZ_5\nabla}\ (\ \varepsilon\ \backslash\ a\ {}^{aZ_5\nabla}\ )\ {}^{]}\ )\ {}^{Y_3]}$$

Defatorando outra vez:

$$Y \rightarrow {}^{[}\,a\ {}^{a\,[\varepsilon\ Z_4]\ Y_3]} \mid {}^{[}\,a\ {}^{a\,[\varepsilon\ Z_4}\ a\ {}^{a\ Z_5\nabla}\ (\ \varepsilon\ \backslash\ a\ {}^{aZ_5\nabla}\ )\ {}^{]\ Y_3]}$$

Segundo Exemplo (3)

Fatorando o termo a temos (observar a migração dos rótulos):

$$Y \rightarrow {}^{[}\, a^{a\,[\varepsilon\, Z_4]}\,(\,\varepsilon^{\,Y_3]} \mid a^{a\,Z_5\nabla}\,(\,\varepsilon \setminus a^{aZ_5\nabla}\,)^{]\,Y_3]}\,)$$

Substituindo em

$$X \rightarrow {}^{[}\,(\,Y\, b^{\,bX_1} \mid a^{\,a}\, b^{\,b}\, c^{\,c\,X_2}\,)^{]}$$

tem-se (observar que não foram necessários parênteses adicionais):

$$X \rightarrow {}^{[}(^{[}\, a^{a\,[\varepsilon\, Z_4}\,(\varepsilon^{\,]Y_3]} \mid a^{a\,Z_5\nabla}\,(\,\varepsilon \setminus a^{\,aZ_5\nabla}\,)^{]\,Y_3]}\,)\, b^{bX_1} \mid a^{\,a}\, b^{\,b}\, c^{\,c\,X_2}\,)^{]}$$

Defatorando temos (notar a fusão de rótulos adjacentes):

$$X \rightarrow {}^{[}\,(\,{}^{[}\, a^{a\,[\varepsilon\, Z_4]\;]\,Y_3]}\, b^{\,bX_1} \mid$$

$${}^{[}\, a^{a\,[\varepsilon\, Z_4}\, a^{a\,Z_5\nabla}\,(\,\varepsilon \setminus a^{\,aZ_5\nabla}\,)^{]\,Y_3]}\, b^{\,bX_1} \mid$$

$$a^{\,a}\, b^{\,b}\, c^{\,c\,X_2}\,)^{]}$$

Segundo Exemplo (4)

Fatorando o prefixo comum a surgido, tem-se (observar também aqui a fusão de rótulos adjacentes):

$$X \rightarrow {}^{[}(a (b^{\,[\,a\,[\varepsilon\ Z_4]\ Y_3]\ bX_1} \mid$$

$$a^{\,a\,[\varepsilon\ Z_4\ a\ Z_5\nabla} (\varepsilon \ \backslash\ a^{\,aZ_5\nabla})^{\,]\ Y_3]}\ b^{\,bX_1} \mid$$

$$b^{\,a\ b}\ c^{\,c\ X_2}))^{\,]}$$

Fatorando o prefixo b entre a primeira e a terceira alternativas do agrupamento entre parênteses, resulta:

$$X \rightarrow {}^{[}(a (a^{\,a\,[\varepsilon\ Z_4\ a\ Z_5\nabla} (\varepsilon \ \backslash\ a^{\,aZ_5\nabla})^{\,]\ Y_3]}\ b^{\,bX_1} \mid$$

$$b (\varepsilon^{\,[\,a\,[\varepsilon\ Z_4]\ Y_3]\ bX_1} \mid c^{\,a\ b\ c\ X_2})))^{\,]}$$

Essa é portanto a forma final da nossa gramática, fatorada e rotulada.

Exemplo completo (1)

Voltando à gramática preparada anteriormente

$$S \rightarrow {}^{[}\ E^{S_1\,]}$$

$$E \rightarrow {}^{[}\ (\varepsilon^{\ \varepsilon E_4})(\varepsilon \setminus\ *^{*} E^{E_2\nabla} \mid$$

$$+^{+}(^{[}\ (\varepsilon \setminus a^{a\ \nabla F_6})(<^{<} E >^{>F_5} \mid\ b^{bF_7})^{]\,E_3\nabla})^{]}$$

inicia-se designando estados: 0 ao início da expressão, e estados iguais aos pontos extremos de opções agrupadas

$$E \rightarrow {}^{[}\ (\ \varepsilon^{\ \varepsilon E_4})$$

0 1

$$(\ \varepsilon\ \setminus\ *^{*}\ E^{E_2\nabla} \mid +^{+}(^{[}\ (\varepsilon \setminus a^{a\ \nabla F_6})(<^{<} E >^{>F_5} \mid\ b^{bF_7})^{]\,E_3\nabla})^{]}$$

2 3 3 4 5 6 6

Numerando os estados restantes temos:

$$E \rightarrow {}^{[}\ (\ \varepsilon^{\ \varepsilon E_4})$$

0 1 7 8

$$(\varepsilon\ \setminus\ *^{*}\ E^{E_2\nabla} \mid +^{+}(^{[}\ (\varepsilon \setminus a^{a\ \nabla F_6})(<^{<} E >^{>F_5} \mid\ b^{bF_7})^{]})^{E_3\nabla})^{]}$$

8 2 9 3 10 11 3 12 13 4 14 5 15 16 6 17 18 19 6 20 21 22 23

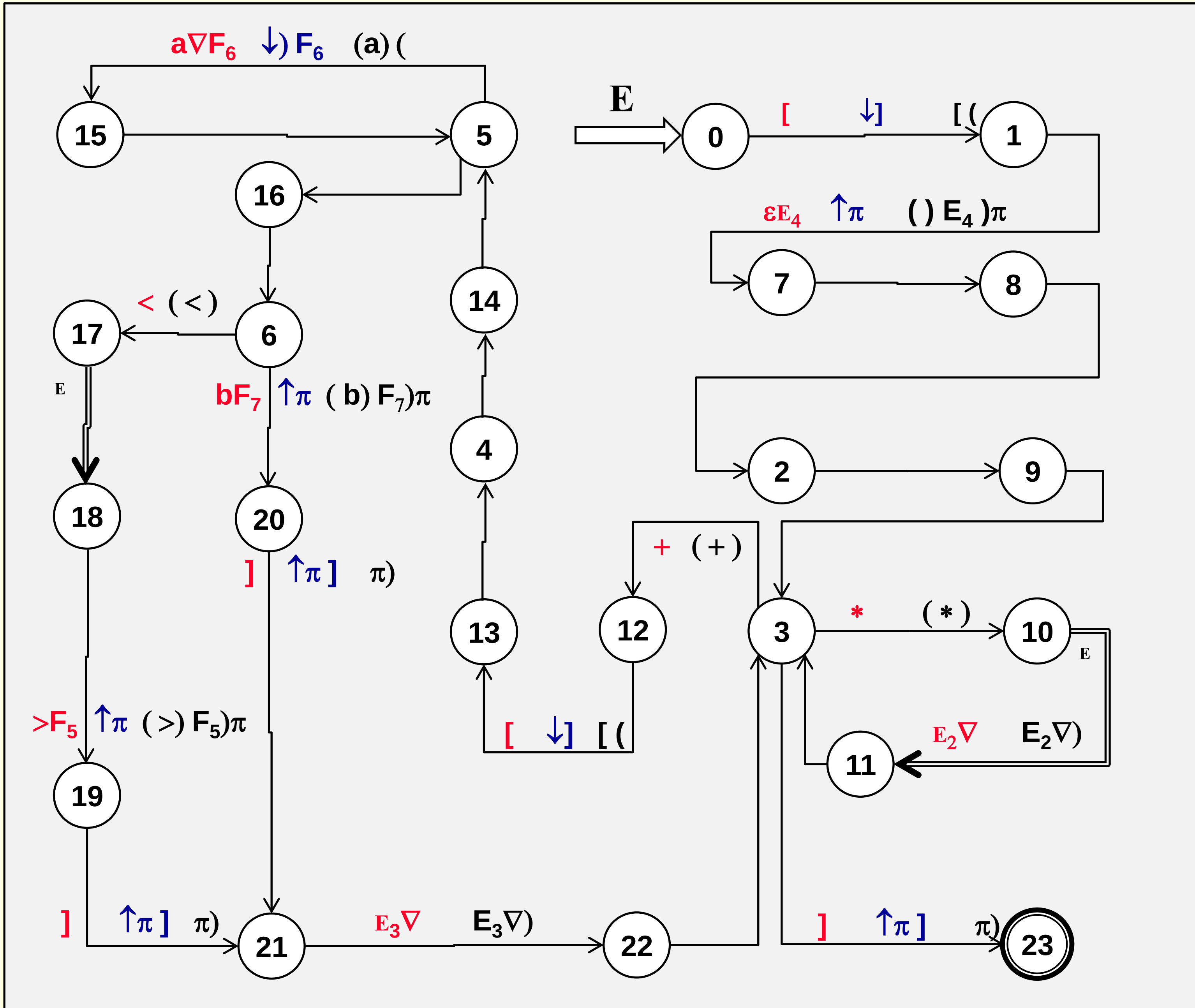
Exemplo completo (2)

Aplicando as técnicas estudadas, geram-se as transições e as regras de mapeamento correspondentes:

0 ε 1	[	↓]	[(
8 ε 2			
9 ε 3			
11 ε 3			
22 ε 3			
13 ε 4			
14 ε 5			
15 ε 5			
16 ε 6			

1 ε 7	εE_4	↑π	( ) E_4)π
7 ε 8			
2 ε 9			
3 * 10	*		(*)
10 E 11	$E_2\nabla$		$E_2\nabla$)
3 + 12	+		(+)
12 ε 13	[	↓]	[(
4 ε 14			
5 ε 15	a∇F_6	↓) F_6	(a) (

5 ε 16			
6 < 17	<		(<)
17 E 18			
18 >19	>F_5	↑π	(>) F_5)π
6 b 20	bF_7	↑π	(b) F_7)π
19 ε 21	]	↑π]	π)
20 ε 21	]	↑π]	π)
21 ε 22	$E_3\nabla$		$E_3\nabla$)
3 ε 23	]	↑π]	π)



0 ε 1	[	↓]	[(
8 ε 2			
9 ε 3			
11 ε 3			
22 ε 3			
13 ε 4			
14 ε 5			
15 ε 5			
16 ε 6			
1 ε 7	εE_4	↑π	( ) E_4)π
7 ε 8			
2 ε 9			
3 * 10	*		(*)
10 E 11	$E_2\nabla$		$E_2\nabla$)
3 + 12	+		(+)
12 ε 13	[	↓]	[(
4 ε 14			
5 ε 15	$a\nabla F_6$	↓) F_6	(a) (
5 ε 16			
6 < 17	<		(<)
17 E 18			
18 >19	>F_5	↑π	(>) F_5)π
6 b 20	bF_7	↑π	(b) F_7)π
19 ε 21	]	↑π]	π)
20 ε 21	]	↑π]	π)
21 ε 22	$E_3\nabla$		$E_3\nabla$)
3 ε 23	]	↑π]	π)

Exemplo completo (3)

Exercitando o transdutor com a cadeia de entrada abaixo:

* * + b + a a b + < > * + < * + a b >

pode-se acompanhar a evolução do transdutor através da trajetória de execução, dada pela tabela seguinte:

Símbolo	Rótulos	Saídas	Pilha	Pilha de Retorno do autômato
*	[εE_4*	[(()E_4)(*)	]	Z_0
				Z_0,11
*	[εE_4*	[(()E_4)(*)	]]	Z_0,11,11
+	[εE_4+	[(()E_4)(+)	]]]	
b	[bF_7	[((b)F_7)	]]]]	
+	]E_3+	]E_3)(+)	]]]	
a	[aF_6	[((a)(	]]]])F_6	
a	aF_6	(a)(	]]]])F_6)F_6	
b	bF_7	(b)F_7)F_6)F_6)	]]]]	
+	]E_3+	]E_3)(+)	]]]	

(continua)

Exemplo completo (4)

(continuação)

Símbolo	Rótulos	Saídas	Pilha	Pilha de Retorno do autômato
<	[<	[((<)	]]]]	Z_0,11,11,18
ε	[εE_4]	[(()E_4)]	]]]]	Z_0,11,11
>	>F_5	(>)F_5)	]]	
*	]E_3*	]E_3)(*)	]]]	Z_0,11,11,11
+	[εE_4+	[(()E_4)(+)	]]]]	
<	[<	[((>)	]]]]]	Z_0,11,11,11,18
*	[εE_4*	[(()E_4)(*)	]]]]]]	Z_0,11,11,11,18,11

(continua)

Exemplo completo (5)

(continuação)

Símbolo	Rótulos	Saídas	Pilha	Pilha de Retorno do autômato
<+	$[\varepsilon E_4+$	$[(()E_4)(+)$	]]]]]]]	
a	$[aF_6$	$[((a)($	$]]]]]]]])F_6$	
b	bF_7	$(b)F_7)F_6)$	]]]]]]]]	
ε	$]E_3]$	$]E_3)]$	]]]]]]	Z_0,11,11,11,18
ε	$E_2]$	$E_2)]$	]]]]]	Z_0,11,11,11
>	$>F_5$	$(>)F_5)$	]]]]]	
ε	$]E_3]$	$]E_3)]$	]]]	
ε	$E_2]$	$E_2)]$	]]	Z_0,11,11
ε	$E_2]$	$E_2)]$	]	Z_0,11
ε	$E_2]$	$E_2)]$		Z_0

(fim)

Exemplo completo (6)

A saída gerada, devidamente diagramada, é a seguinte:

```
[ ( () E4 )
  (*)
  [ ( () E4 )
    (*)
    [ ( () E4 )
      (+)
      [ ( (b) F7) ]  E3 )
      (+)
      [ ( (a)  ( (a) ( (b) F7 ) F6 )  F6 ) ]    E3 )
      (+)
      [ ( (<)  [ ( () E4 ) ]  (>)  F5 ) ]    E3 )
      (*)
      [ (() E4 )    (+)
                    [ ( (<)
                    [ ( () E4 )   (*)
                                  [ ( () E4 )   (+)
                                                [ (   (a)  ((b)  F7 )   F6 ) ]    E3 )
                                  ]  E2 )
                    ]             (>)   F5 )
                    ]   E3 )
      ]   E2 )
    ]   E2 )
  ]   E2 )
]
```

Exemplo completo (7)

A árvore de sintaxe dessa sentença será, portanto: