ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

DISCIPLINA:
CONVERSÃO ELETROMECÂNICA DE ENERGIA

AULA:
Fem EM CONDUTORES

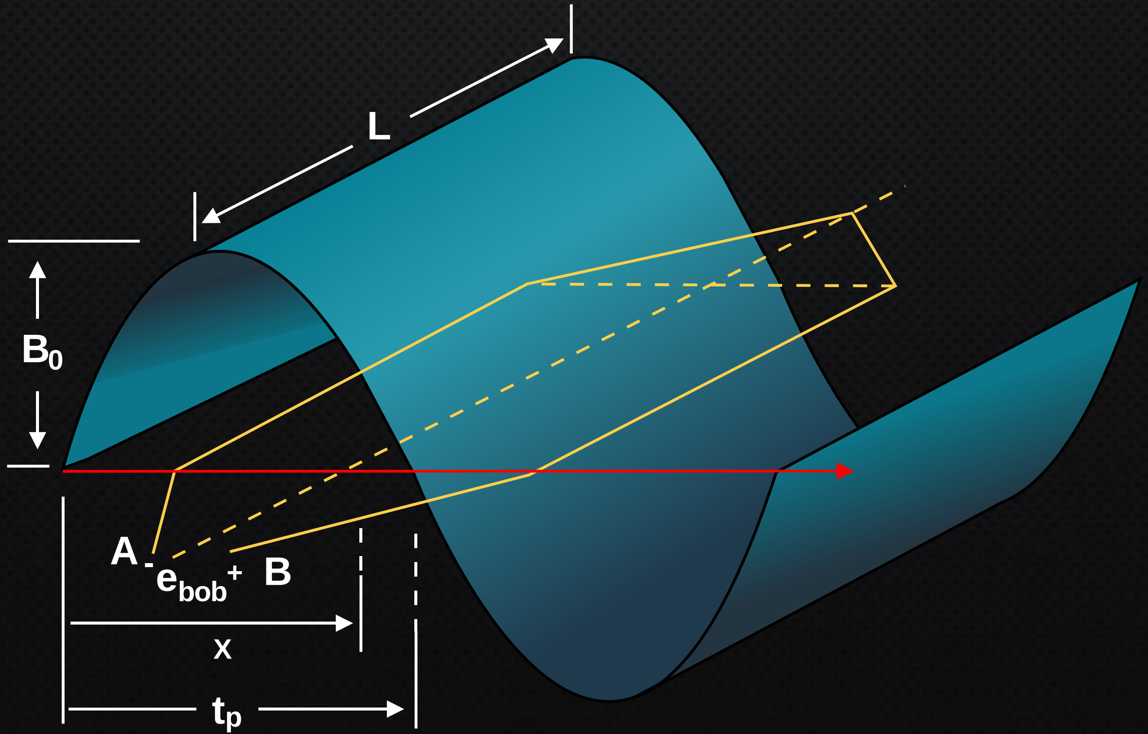
EXERCÍCIO 13:
BOBINA EM CAMPO MAGNÉTICO SENOIDAL

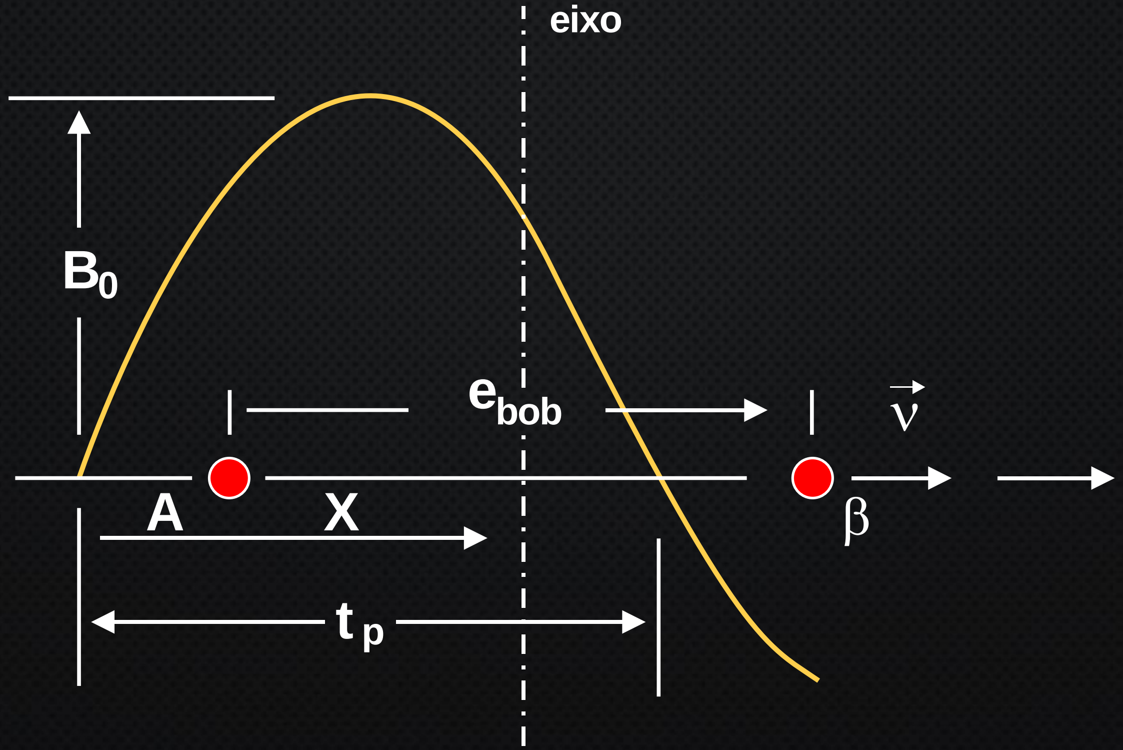
PROFESSOR:
JOSÉ ROBERTO CARDOSO

Este exercício visa apresentar técnicas de análise de bobinas em movimento sob ação de campos magnéticos variáveis senoidalmente no tempo. Dentre estas análise destacam-se o cálculo da fem induzida, de esforços mecânicos quando a bobina é percorrida por corrente senoidal e potência mecânica envolvida.

Uma bobina com N espiras se desloca horizontalmente com velocidade *v*, sob uma distribuição de campo magnético produzida por um conjunto de imãs permanentes que não está mostrado na figura.

Este campo magnético é senoidalmente distribuído em uma sequência de superfícies idênticas, de área *tp x L*, como indicado na figura.





A expressão que representa esta distribuição é dada por:

$$B(x) = B_0 sen\left(\frac{\pi}{t_p}x\right)$$

Determinar:

a. O valor eficaz da fem induzida na bobina;

b. A frequência da tensão induzida;

c. A corrente que fluirá quando um resistor de resistência R for conectado aos terminais da bobina;

d. A força exercida na bobina em função do tempo e o respectivo valor médio. Represente graficamente esta solução;

e. A potência mecânica atuante na bobina. Compare esta potência com a potência dissipada no resistor.

Solução:

a. Vamos calcular a fem eletromotriz induzida na bobina, a qual é dada pela soma das fems de cada um de seus lados, isto é:

$$e_{bob} = e_A - e_B$$

Na qual:

$$e_A = NB\left(x - \frac{t_p}{2}\right)Lv$$

$$e_B = NB\left(x + \frac{t_p}{2}\right)Lv$$

Como:

$$e_A = -e_B = -NB_0 cos\left(\frac{\pi}{t_p}x\right)Lv$$

Resulta:

$$e_{bob} = -2NB_0 cos\left(\frac{\pi}{t_p}x\right)Lv$$

Como a bobina se desloca com velocidade *v*, a posição da bobina pode ser expressa por:

$$x = x_0 + vt$$

De modo que:

$$e_{bob}(t) = -2NLvB_0cos(\omega t + \alpha)$$

Na qual:

$$\omega = \frac{\pi}{t_p}v \quad e \quad \alpha = \frac{\pi}{t_p}x_0$$

Pela regra da mão esquerda observa-se que o terminal B é (+) enquanto o terminal A é (-).
Como a fem é uma grandeza variável senoidalmente no tempo, podemos representá-la utilizando a notação complexa. De modo que o fasor desta fem será dado por:

$$\dot{E} = -E\angle\alpha$$

Na qual:

$$E = \frac{2NLvB_0}{\sqrt{2}} \ (V)$$

É o valor eficaz da tensão induzida e:

$$\alpha = \frac{\pi}{t_p} x_0$$

A fase correspondente.

b. Frequência da tensão induzida

Lembrando que: $\omega = 2\pi f$ e $\omega = \frac{\pi}{t_p} v$

A frequência desta fem será dada por:

$$f = \frac{v}{2t_p} \quad (Hz)$$

c. Cálculo da corrente no resistor

Suponhamos agora que uma carga resistiva *R* é conectada aos terminais desta bobina.
Como consequência, a corrente que fluirá na bobina será dada por:

$$\dot{I} = -\frac{E}{R}\angle\alpha$$

De modo que:

$$i(t) = -\sqrt{2}\frac{E}{R}\cos(\omega t + \alpha)\ (A)$$

d. Cálculo da força na bobina

Esta corrente circulando na bobina, em interação com o campo magnético, exercerá uma força em seus lados, ***em sentido contrário ao movimento***, cuja intensidade é dada por:

$$F = NBLi$$

Devido a simetria, as forças em ambos os lados são iguais, de modo que a força exercida na bobina é dada por:

$$F_{bob} = 2NB\left(x - \frac{t_p}{2}\right)Li(t)$$

Sendo:

$$B\left(x - \frac{t_p}{2}\right) = -B_0 cos(\omega t + \alpha)$$

Resulta:

$$F_{bob} = \frac{2\sqrt{2}NB_0 LE}{R} cos^2(\omega t + \alpha)$$

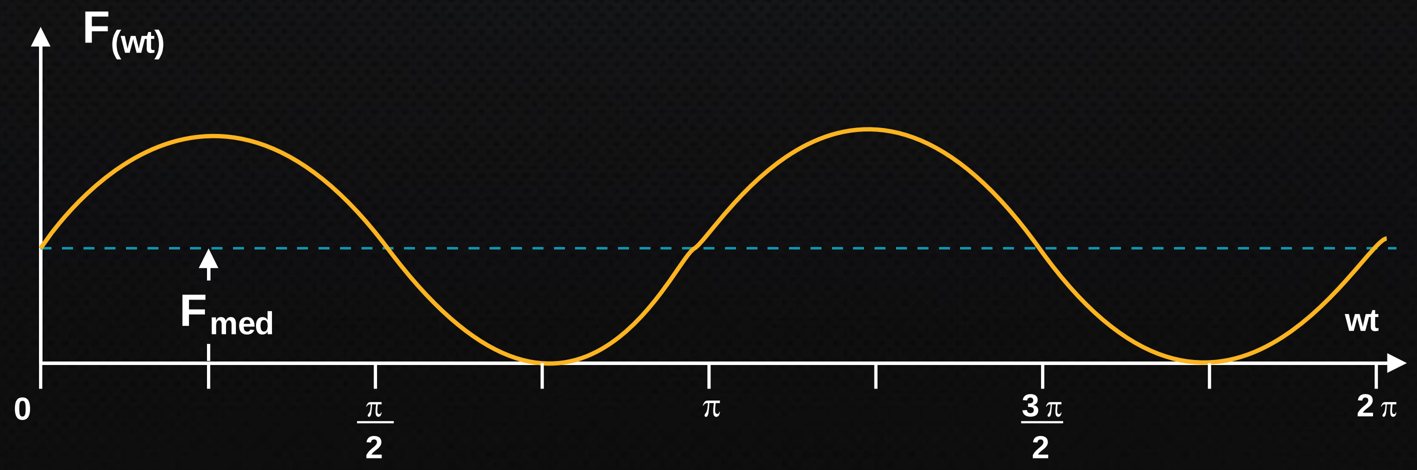
Aplicando a identidade;

$$cos^2\theta = \frac{1}{2}(1 + cos2\theta)$$

A força na bobina resultará:

$$F_{bob} = \frac{\sqrt{2}NB_0LE}{R} + \frac{\sqrt{2}NB_0LE}{R} cos(2\omega t + 2\alpha)$$

A qual apresenta duas parcelas. A primeira é independente do tempo ao passo que a segunda é variável senoidalmente no tempo com frequência dupla e valor médio nulo.



Logo, o valor médio da força exercida na bobina será dada por:

$$F_{med} = \frac{\sqrt{2} N B_0 L E}{R} \ (N)$$

Esta é a força que um agente externo deve aplicar à bobina para gerar a energia consumida pela carga resistiva.

e. Potência mecânica atuante na bobina

Podemos demonstrar esta afirmativa ao calcular a potência mecânica atuante na bobina através da expressão:

$$P_{mec} = F_{med} \times v = \frac{\sqrt{2}NB_0LE}{R}v$$

Como $$E = \frac{2NLvB_0}{\sqrt{2}}\ (V)$$

Resulta que:

$$NLB_0 = \frac{\sqrt{2}E}{2v}$$

Substituindo na expressão da Potência Mecânica obtém-se:

$$P_{mec} = \frac{E^2}{R}$$

"Como era de se esperar"!!!

Observe que neste caso a potência fornecida à carga resistiva é exatamente igual a potência mecânica fornecida à bobina. Isto é devido ao fato de não considerarmos perdas de qualquer ordem. No entanto, em um sistema real isto não ocorre, de modo que a potência mecânica fornecida à bobina é superior àquela fornecida à carga, justamente para compensar as perdas oriundas do atrito devido ao movimento e outras perdas de natureza elétrica.

A operação que descrevemos é a característica típica dos geradores de energia elétrica.

O inverso também pode ocorrer, isto é, se injetarmos corrente elétrica através de uma fonte, esta corrente interagindo com o campo magnético dará origem uma força, agora no mesmo sentido do movimento, caracterizando a operação como motor.