ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

DISCIPLINA:

CONVERSÃO ELETROMECÂNICA DE ENERGIA

AULA:

CONJUGADO DE RELUTÂNCIA

EXERCÍCIO 11:

ATUADORES SIMPLESMENTE EXCITADOS

PROFESSOR:

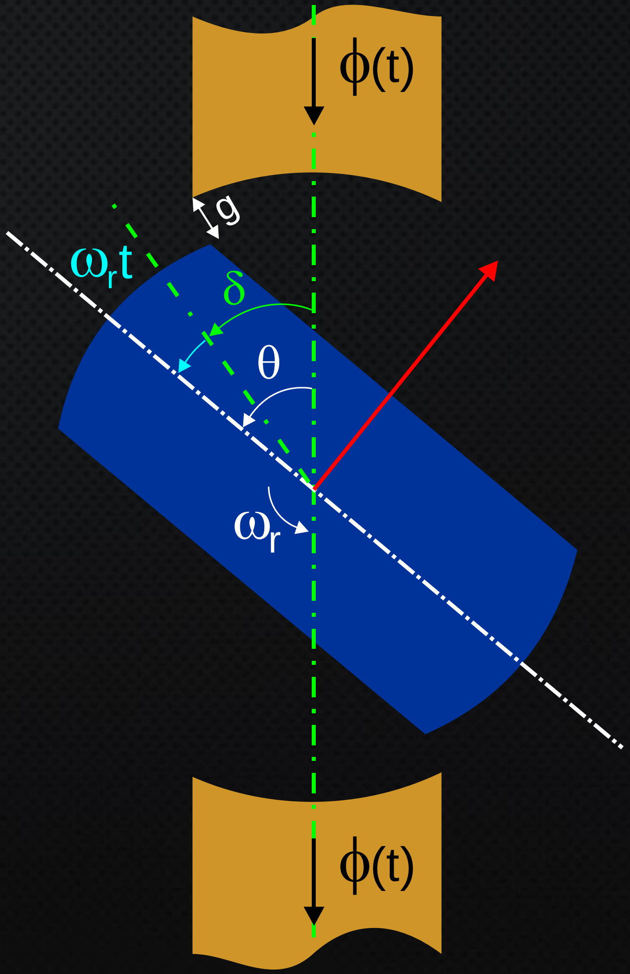
JOSÉ ROBERTO CARDOSO

Este exercício tem como objetivo introduzir as técnicas de análise de atuadores rotativos baseada no princípio do balanço de energia.
Neste exemplo, é analisado o funcionamento de um atuador rotativo, simplesmente excitado, que opera mediante fluxo magnético imposto, como ocorre quando é alimentado por fonte com corrente alternada.
Os tipos de operação como motor e gerador são destacados ao final do exercício

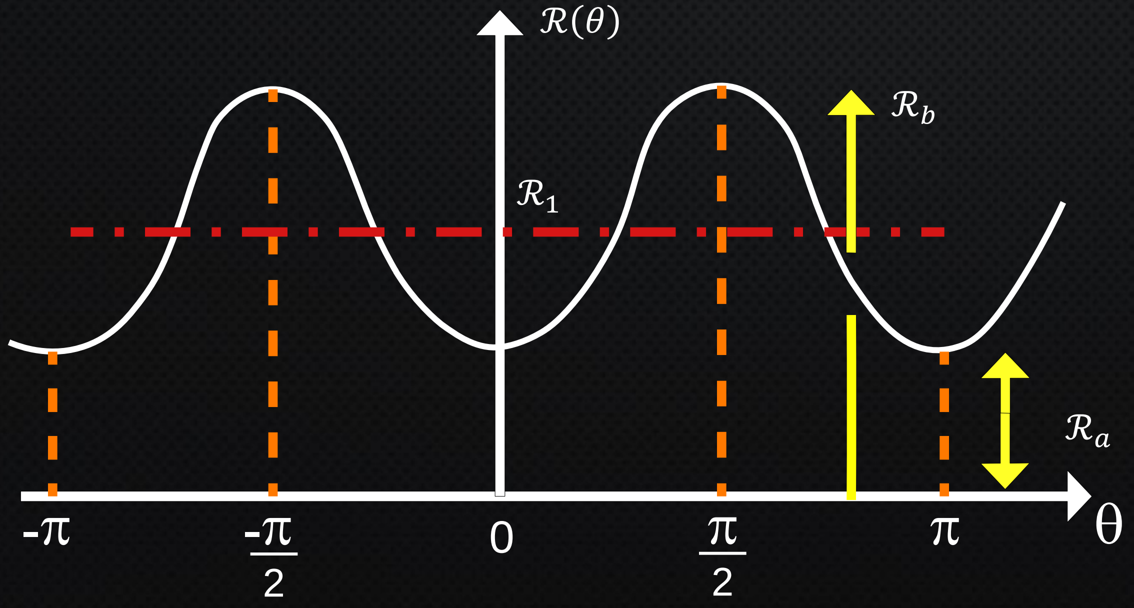
A figura mostra um atuador rotativo constituído de uma parte fixa denominada estator, confeccionada com material magnético de elevada permeabilidade, que abriga uma bobina de N espiras, não representada na figura, alimentada por fonte de tensão alternada. Esta bobina impõe no circuito magnético um fluxo magnético variável senoidalmente no tempo com frequência angular ω, que pode ser representado por:

$$\emptyset(t) = \emptyset_m cos\omega t$$

A parte móvel, denominada rotor, gira com velocidade angular ω_r no sentido anti-horário, como mostrado na figura.



Para todos os efeitos, podemos considerar que a relutância do circuito magnético varia senoidalmente com a posição θ do rotor entre um valor máximo e um valor mínimo, como mostra a figura.



$$\mathcal{R}(\theta) = \mathcal{R}_1 - \mathcal{R}_2 cos2\theta$$

Com

$$\mathcal{R}_1 = \frac{\mathcal{R}_b + \mathcal{R}_a}{2}$$

$$\mathcal{R}_2 = \frac{\mathcal{R}_b - \mathcal{R}_a}{2}$$

Na qual $\mathcal{R}_a$ é a relutância que o circuito magnético apresenta quando o rotor está *"alinhado"* com o estator *(θ=0)*e $\mathcal{R}_b$ quando o rotor está em *"quadratura"* com estator *(θ=90º)*.

Nosso objetivo é calcular o conjugado desenvolvido pelo rotor em função do tempo e avaliar o valor médio deste conjugado.

Solução

O conjugado desenvolvido em um atuador rotativo é dado por:

$$C = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta}$$

Na qual L é a indutância da bobina de excitação em função da posição do rotor.

Como é fornecido o comportamento da relutância em função da posição, precisamos trabalhar esta expressão para representar a indutância em função desta relutância.

Lembrando que:

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$$

Resulta que:

$$\frac{dL}{d\theta} = N^2 \frac{d}{d\theta}\left[\frac{1}{\mathcal{R}}\right] = -\frac{N^2}{\mathcal{R}^2}\frac{d\mathcal{R}}{d\theta}$$

De modo que o conjugado desenvolvido pode ser escrito como segue:

$$C = -\frac{1}{2}\frac{N^2 i^2}{\mathcal{R}^2}\frac{d\mathcal{R}}{d\theta}$$

Lembrando que:

$$Ni = \mathcal{R}\phi$$

A expressão final do conjugado desenvolvido em função do fluxo imposto é dada por:

$$C = -\frac{1}{2}\phi^2 \frac{d\mathcal{R}}{d\theta}$$

Sendo:

$$\emptyset(t) = \emptyset_m cos\omega t$$

e

$$\mathcal{R}(\theta) = \mathcal{R}_1 - \mathcal{R}_2 cos2\theta$$

Obtemos:

$$C = -\phi^2 \mathcal{R}_2 sen2\theta$$

Como o rotor gira com velocidade angular ω_r, θ pode ser expresso em função do tempo através da expressão:

$$\theta = \omega_r t + \delta$$

De modo que o conjugado desenvolvido em função do tempo resulta:

$$C = -(\phi_m cos\omega t)^2 \mathcal{R}_2 sen2(\omega_r t + \delta)$$

Aplicando as identidades trigonométricas:

$$cos^2\alpha = \frac{1 + cos2\alpha}{2}$$

$$2sen\alpha cos\beta = sen(\alpha - \beta) + sen(\alpha + \beta)$$

A expressão anterior pode ser reescrita como segue:

$$C = C_1 + C_2$$

Na qual:

$$C_1 = -\frac{\phi_m^2}{2}\mathcal{R}_2 sen2(\omega_r t + \delta)$$

$$C_2 = -\frac{\phi_m^2}{4}\mathcal{R}_2\{sen[2(\omega_r - \omega)t + 2\delta] + sen[2(\omega_r + \omega)t + 2\delta]\}$$

Quanto ao valor médio do conjugado desenvolvido, precisamos avaliar o valor médio destas funções em relação ao tempo.
Com relação ao valor médio no tempo da parcela C_1 podemos afirmar que é nulo, pois trata-se de uma função senoidal no tempo, cujo valor médio é nulo.

$$C_1 = -\frac{\phi_m^2}{2}\mathcal{R}_2 sen2(\omega_r t + \delta)$$

Quanto à parcela C_2 podemos ter valor médio não nulo quando $\omega_r = \pm\omega$

$$C_2 = -\frac{\phi_m^2}{4}\mathcal{R}_2\{sen[2(\omega_r - \omega)t + 2\delta] + sen[2(\omega_r + \omega)t + 2\delta]\}$$

Independente da opção a ser escolhida, uma das parcelas de C_2 será independente do tempo e igual a:

$$C_{med} = -\frac{\phi_m^2}{4}\mathcal{R}_2 sen2\delta$$

Enquanto a outra parcela será uma função senoidal de frequência dupla, do tipo $sen(2\omega t + 2\delta)$, cujo valor médio temporal é nulo.

Analisando este resultado observa-se que para δ >0 resulta $C_{med} < 0$, isto é, o conjugado desenvolvido atua em sentido contrário ao movimento. Este fenômeno caracteriza a operação como GERADOR, na qual introduz-se energia mecânica no eixo do atuador e retira-se energia elétrica na fonte conectada à bobina.

Para o caso de δ <0 resulta $C_{med} > 0$, isto é, o conjugado desenvolvido atua no mesmo sentido do movimento. Este fenômeno caracteriza a operação como MOTOR, na qual a fonte introduz energia elétrica na bobina e disponibiliza energia mecânica no eixo do atuador.

A figura ilustra graficamente a operação deste atuador em função do ângulo δ, denominado “ângulo de potência”